

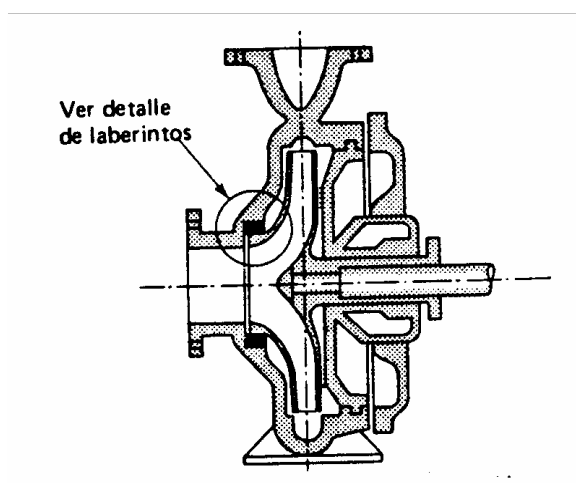


Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

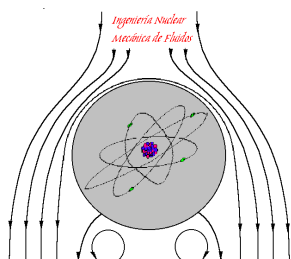
Escuela Universitaria Politécnica de Donostia – S. S.  
Donostiako Unibertsitate-Eskola Politeknikoa

# PROBLEMAS DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA



*2º Curso de Ing. Técnica  
en Obras Públicas*

Almandoz Berrondo, Javier  
Jiménez Redal, Ruben  
Mongelos Oquiñena, M<sup>a</sup> Belén  
Pellejero Salaberria, Idoia  
Gonzalez Sarmiento, Alberto



***Dpto: Ingeniería Nuclear y Mecánica de Fluidos***

ISBN-13: 978-84-690-5900-5  
Nº REGISTRO:07/38555

***La colección de problemas que se presenta es la primera edición que se publica. Consta de los problemas que durante el curso 2003-2004 (primero en que se impartía la asignatura) se fueron entregando a los alumnos de forma progresiva y se han añadido los problemas correspondientes a los exámenes de cursos posteriores y problemas sobre Hidrología.***

***La colección responde al programa de la asignatura de Hidráulica e Hidrología y se ha estructurado por temas coincidiendo su numeración o título con el del programa teórico de dicha asignatura. En algunos capítulos se han aportado problemas resueltos, aquellos que se han considerado que pueden ser complejos y formativos para los alumnos, con el fin de que les sirva de ayuda y los tomen como modelo para aprender el proceso a seguir en el razonamiento y resolución de los mismos.***

***En el trabajo se ha tomado como base o punto de partida, la colección de problemas correspondiente a la asignatura Ingeniería Fluidomecánica, de la titulación de Ingeniería Técnica Industrial en Mecánica, de la que se tiene una larga tradición, y se ha enriquecido y completado con problemas nuevos específicos de la titulación de Obras Públicas.***

***El trabajo ha sido realizado por los profesores de la E.U.Politécnica de Donostia-San Sebastián pertenecientes al Área de Mecánica de Fluidos e Ingeniería Hidráulica del Departamento de Ingeniería Nuclear y Mecánica de Fluidos de la Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea y además ha participado en su elaboración Julián Urdangarín, en el diseño de dibujos y mecanografiado del mismo.***

***Todos los que hemos colaborado, esperamos y deseamos que esta colección sea útil a los alumnos de la asignatura, ya que a ellos va dirigida, esperando que les ayude a analizar y comprender la forma de abordar los problemas de la Hidráulica e Hidrología.***

***Nos gustaría recibir ideas para la mejora de esta colección y agradeceríamos que el usuario nos indicase las erratas que puedan existir para eliminarlas en sucesivas ediciones.***

***Donostia – San Sebastián, Septiembre 2010***



## INDICE DE MATERIAS

# Prólogo Pág.

Notas organizativas de la asignatura.

Programa de la asignatura..... i

Programa de Prácticas de Laboratorio. .... vi

## Temas

### Problemas de Hidráulica

1.- Propiedades Físicas de los fluidos..... 1

2.- Estática de los fluidos. Hidrostática ..... 5

3.- Conservación de la masa, la energía y aplicación del  
teorema de la Cantidad de Movimiento en un flujo ..... 27

4.- Aparatos de medida y aforo de flujos ..... 41

5.- Análisis dimensional y teoría de modelos ..... 49

6.- Resistencia y sustentación sobre cuerpos sumergidos ..... 59

7.- Flujo en tuberías en régimen permanente ..... 61

8.- Régimen variable en tuberías. Golpe de ariete ..... 89

9.- Flujo permanente en conductos abiertos. Canales..... 91

10.- Anexo: Curvas características de turbobombas..... 95

Problemas de Hidrología..... 102

## HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA

### OBJETIVOS GENERALES

En esta asignatura, fundamento o base de un campo de la ingeniería, se trata de conseguir que el alumno conozca, entienda y domine las propiedades y el comportamiento de los fluidos, muy diferente al de los sólidos, tanto en reposo como en movimiento, así como sus aplicaciones.

Dada la gran cantidad de obras de Ingeniería Civil que tienen relación con el agua (bien sea para almacenarla o bien para transportarla) es necesario conocer los aspectos teóricos, hidráulicos e hidrológicos, y los métodos básicos de cálculo que permiten dimensionar dichas obras y analizar su comportamiento hidráulico.

El alumno debe de entender el comportamiento del agua en las diferentes estructuras (depósitos, canales, tuberías, elementos de desagüe...). Por otra parte debe saber realizar cálculos relativos a aspectos tales como determinación de caudales máximos, estudios de drenaje, caudales circulantes en canales y tuberías (en régimen permanente), estructuras de desagüe etc.

Es una asignatura derivada de la física, con las dificultades de comprensión y razonamiento que ello supone para el alumno y con la ventaja de poder resolver problemas prácticos y habituales en la vida real.

### ORGANIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura es anual y consta de 9 créditos, 7,5 créditos teóricos (teoría y problemas) y 1,5 créditos de prácticas de laboratorio.

La asignatura se imparte en 3 horas semanales durante el primer cuatrimestre y 2 horas semanales durante el segundo cuatrimestre. Son clases de teoría y problemas indistintamente, según la teoría explicada y la necesidad de aplicarla en problemas.

A lo largo del curso se imparten 15 horas de laboratorio por alumno. Basándonos en nuestra experiencia, las prácticas de laboratorio que se imparten son eminentemente docentes y mediante ellas se trata de que los alumnos adquieran la formación siguiente:

- **Repaso, profundización y utilización** de los conceptos teóricos previamente explicados en las clases de teoría.
- **Adquirir experiencia y práctica** en la toma de medidas y realización de ensayos experimentales.
- **Trabajo en grupo**, muy importante para su trabajo futuro como ingeniero.
- **Presentación de informes**, muy importante también para su vida profesional.
- **Utilización de Software informáticos.**

Las prácticas de laboratorio se realizan en grupos reducidos, como máximo 20 alumnos, y siempre a continuación de los conceptos básicos impartidos en las clases teóricas. En cada sesión se realizan una media de 3 prácticas. En las prácticas de

laboratorio se pasa lista a los alumnos. En cada sesión de prácticas cada grupo deberá de entregar una serie de cálculos, que se les indicará previamente, que deberán realizar con las medidas efectuadas en el laboratorio aplicando los conceptos teóricos previamente explicados en teoría. Además los alumnos, también por grupos, deberán realizar un **informe** con todos los datos, cálculos y resultados obtenidos en la práctica, y entregarlo en el plazo previamente asignado. Dicho informe deberá de presentarse siguiendo las normas de presentación de informes y utilizando los programas informáticos necesarios en cada caso: Word, Excel, Power Point, Internet.

Para finalizar conviene resaltar que la asignatura exige al alumno un **trabajo continuo** a lo largo del curso, para conseguir su asimilación y dominio de los conceptos.

## EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA

Entendiendo la hidrología como una parte de las ciencias naturales que trata de las aguas terrestres y la hidráulica como una parte de la mecánica que estudia el equilibrio y el movimiento de los fluidos, la relación entre ambas es manifiesta. La asignatura se considera como un todo, en donde conceptos como “planificación de recursos hídricos”, “riesgos de inundación”, “obras de desagüe”, etc. más asociados a la hidrología están en estrecha relación con el “cálculo de presas”, “diseño de canales y tuberías”, etc. más relacionados a la Hidráulica. La asignatura, única, se considera indivisa, independientemente del reparto departamental de los profesores en las clases teóricas y prácticas.

Con el fin de ayudar al alumno, se realiza un examen **parcial liberatorio** de la parte de la asignatura “Hidráulica e Hidrología” cursada en el primer cuatrimestre. Y, además, lógicamente, el examen final de toda la asignatura en Junio y Septiembre. En los exámenes finales **no se puede liberar** parte de la asignatura. La valoración relativa de cada una de las preguntas del examen, que incluirá tanto preguntas teóricas como problemas de la asignatura, como laboratorio, se realizará en función del tiempo dedicado a cada una de ellas y de la importancia o peso relativo en la asignatura.

En definitiva la asignatura (teoría + laboratorio) se evaluará de la siguiente forma:

- \* Un *examen parcial* en Febrero mediante el cual se podrá liberar materia, hasta la convocatoria de Septiembre incluida, si se obtiene en dicho examen una *nota igual o superior a 5*.
- \* Un examen final en las convocatorias de Junio y Septiembre, donde el alumno se presentara con toda o con la parte pendiente de la asignatura.

*Los exámenes de Febrero, Junio y Septiembre, se realizarán en la fecha y hora asignados por la Dirección de Estudios del Centro. Si un alumno por razones de fuerza mayor justificada, no pudiera realizar el examen en dicha fecha, deberá avisar, con anterioridad a la realización del examen, al profesor correspondiente y posteriormente solicitar por escrito, aportando certificado justificativo, la realización de un nuevo examen.*

## INFORMACIÓN COMPLEMENTARIA

Con el fin de valorar el trabajo del alumno y que éste se refleje en su expediente, se tendrá en cuenta la asistencia a clase y otros trabajos suplementarios como se indica a continuación.

En la valoración de este trabajo personal, como ya se ha indicado, se incluirá la **asistencia a clase** (se pasará lista en las clases teóricas y en las prácticas de laboratorio) y la **realización de trabajos** que se mandarían a los alumnos, recogiendo voluntariamente a aquellos alumnos que quieran, para corregir y calificar. Con ello se trata de conseguir un trabajo continuado de la asignatura, para facilitar su asimilación. Análogamente al final de cada trimestre se podrán mandar colecciones de problemas con el mismo fin anterior indicado.

*La valoración de estos trabajos adicionales y la asistencia se sumarán a la nota, en un porcentaje que se fijará, una vez aprobado el examen final, con el fin de evaluar todo el trabajo del alumno y mejorar la nota de su expediente o curriculum.*

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

Conocimiento de las variables físicas y manejo de las unidades de medida de las mismas.

Donostia -San Sebastián. Septiembre de 2009  
Los profesores del Área de Mecánica de Fluidos



---

## **PROGRAMA DE HIDRÁULICA**

### **Tema 1.- PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS FLUIDOS. DEFINICIONES.**

- 1.0.- Introducción.
- 1.1.- Sistemas de unidades. Dimensiones.
- 1.2.- Densidad, peso específico y densidad relativa.
- 1.3.- Variables termodinámicas. Ecuaciones de estado.
- 1.4.- Concepto de gradiente.
- 1.5.- Definición de fluido. Sólidos, Líquidos y Gases. Analogías y diferencias.
- 1.6.- Viscosidad. Ley de Newton de la viscosidad. Unidades de viscosidad. Viscosidad cinemática. Viscosidades empíricas.
- 1.7.- Elasticidad y Módulo de Elasticidad Volumétrico. Coeficiente de compresibilidad cúbico.
- 1.8.- Tensión superficial. Capilaridad.
- 1.9.- Tensión de vapor. Cavitación.

### **Tema 2.- ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS. HIDROSTÁTICA**

- 2.1.- Introducción. Clasificación de las fuerzas que actúan sobre un fluido.
- 2.2.- Presión en un punto del fluido. Principio de Isotropía.
- 2.3.- Ecuación fundamental de la Estática de Fluidos. Consecuencias
- 2.4.- Hidrostática. Ecuación fundamental. Consecuencias.
- 2.5.- Presión. Escalas de presión. Unidades de presión. Presión absoluta y Presión manométrica
- 2.6.- Aparatos de medida de la presión. Manómetros y micromanómetros.
- 2.7.- Fuerzas sobre superficies. Resultante. Centro de acción. Superficies planas horizontales. Superficies planas inclinadas. Cálculo de fuerzas mediante el prisma de presiones. Efecto de la presión atmosférica en el cálculo de las fuerzas. Concepto y efecto de la subpresión. Superficies curvas: Componentes horizontales. Componente vertical.
- 2.8.- Aplicaciones: Presas o diques de contención. Fuerzas sobre compuertas.
- 2.9.- Fuerza sobre cuerpos cerrados: Componente horizontal. Resultante. Componente vertical. Empuje. Teorema de Arquímedes. Centro de acción.
- 2.10.- Tensiones de tracción en tuberías, fondos de depósitos y esferas. Cálculo de espesores. Fórmula de Barlow.
- 2.11.- Cuerpos flotantes. Definiciones. Estabilidad lineal, vertical y rotacional. Equilibrio estable, inestable e indiferente. Metacentro. Altura metacéntrica. Estabilidad flotante de cuerpos prismáticos.

### **Tema 3.- ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA HIDRÁULICA.**

- 3.1.- Introducción. Concepto de flujo. Tipos de flujos.
- 3.2.- Principios básicos en el análisis del movimiento de los fluidos. Línea de corriente; tubo de corriente; trayectoria. Aceleración de una partícula fluida. Aceleración local y convectiva.

- 3.3.- Flujo volumétrico y flujo másico.
- 3.4.- Ecuación de la continuidad. Expresión para el flujo permanente, unidimensional y fluido incompresible.
- 3.5.- Ecuación de Euler o Ecuación fundamental de la dinámica de los fluidos perfectos.
- 3.6.- Ecuaciones generales del movimiento de los fluidos perfectos.
- 3.7.- Ecuaciones de Navier - Stokes.
- 3.8.- Ecuación de la energía. Ecuación de Bernoulli. Interpretación física, condiciones de validez. Ecuación de Bernoulli generalizada. Aplicaciones.
- 3.9.- Ecuación de la cantidad de movimiento. Aplicaciones.

#### **Tema 4.- APARATOS DE MEDIDA Y AFORO DE FLUJOS.**

- 4.1.- Conceptos de presión estática, dinámica y total.
- 4.2.- Aparatos de medida de la presión estática: piezómetro, tubo estático.
- 4.3.- Aparatos de medida de la presión total: tubo de Pitot.
- 4.4.- Aparatos de medida de la velocidad. Combinación del tubo de Pitot y el piezómetro, y el tubo estático.
- 4.5.- Orificio de aforo en un recipiente. Ecuación de Torricelli. Vaciado y trasvase de depósitos en régimen permanente.
- 4.6.- Aparatos deprimógenos: Venturímetro, tobera, diafragma y medidor de codo.
- 4.7.- Medidores indirectos.
- 4.8.- Vertederos en pared delgada y en pared gruesa.
- 4.9.- Desagüe bajo compuerta.

#### **Tema 5.- ANÁLISIS DIMENSIONAL Y TEORÍA DE MODELOS.**

- 5.1.- Introducción.
- 5.2.- Dimensiones de una entidad. Expresión dimensional.
- 5.3.- Principio de homogeneidad.
- 5.4.- Teorema de Vaschy-Buckingham.
- 5.5.- Cálculo de parámetros adimensionales. Ejemplos de aplicación. Selección de parámetros.
- 5.6.- Parámetros adimensionales más importantes de la Hidráulica.
- 5.7.- Clases de semejanza.
- 5.8.- Aplicaciones del análisis dimensional y de semejanza a la hidráulica.

#### **Tema 6.- MOVIMIENTO LAMINAR Y TURBULENTO**

- 6.1.- Flujos externos e internos.
- 6.2.- Experiencias de Reynolds. Consecuencias. Número de Reynolds.
- 6.3.- Concepto de capa límite.
- 6.4.- Resistencia sobre cuerpos sumergidos. Coeficientes de resistencia y de sustentación.
- 6.5.- Flujo laminar. Concepto. Distribución de velocidades. Velocidad media. Pérdidas de carga. Ecuación de Hagen-Poiseuille
- 6.6.- Flujo turbulento. Concepto. Teoría de la longitud de mezcla de Prandtl. Distribución de velocidades. Pérdidas de carga.

**Tema 7.- FLUJO EN TUBERÍAS EN RÉGIMEN PERMANENTE.**

- 7.1.- Resistencia al flujo en conductos cerrados. Ecuación de Darcy-Weisbach.
- 7.2.- Tubos lisos y rugosos desde el punto de vista hidráulico. Fronteras.
- 7.3.- Expresiones para el cálculo del coeficiente de fricción. Ábaco de Moody
- 7.4.- Utilización del Ábaco de Moody
- 7.5.- Pérdidas menores: Longitud equivalente y factor de paso. Envejecimiento de tuberías.
- 7.6.- Instalaciones de bombeo simples. Punto de funcionamiento.
- 7.7.- Línea piezométrica y línea de alturas totales.
- 7.8.- Fórmulas empíricas para cálculo de pérdidas de carga.
- 7.9.- Tuberías en serie y en paralelo. Leyes de circulación de los fluidos en un circuito.
- 7.10.- Redes. Redes ramificadas. Redes malladas.

**Tema 8.- RÉGIMEN VARIABLE EN TUBERÍAS. GOLPE DE ARIETE**

- 8.1.- Descripción del fenómeno del golpe de ariete.
- 8.2.- Golpe de ariete máximo. Fórmulas de Jouguet y Micheaud.
- 8.3.- Propagación de las ondas elásticas. Celeridad de la onda.
- 8.4.- Ecuación del movimiento de las partículas. Fórmula de Allievi.
- 8.5.- Cálculo del golpe de ariete en una tubería funcionando por gravedad.
- 8.6.- Cálculo del golpe de ariete en una tubería funcionando por bombeo.
- 8.7.- Formas de atenuación del golpe de ariete.

**Tema 9.- FLUJO PERMANENTE EN CONDUCTOS ABIERTOS. CANALES.**

- 9.1.- Resistencia al flujo permanente y uniforme en conducciones abiertas. Fórmula de Chezy.
- 9.2.- Coeficiente de Chezy. Fórmula de Manning.
- 9.3.- Distribución de velocidades y presiones en una sección transversal.
- 9.4.- Secciones hidráulicas óptimas.
- 9.5.- Cálculo práctico de canales de sección rectangular y trapecial.
- 9.6.- Cálculo práctico de canales de sección circular y ovoidea.
- 9.7.- Tipos de flujo.
- 9.8.- Flujo permanente y gradualmente no uniforme.
- 9.9.- Energía específica y profundidad crítica.
- 9.10.- Resalto hidráulico.

**PROGRAMA DE HIDROLOGÍA****Tema 10. – INTRODUCCIÓN A LA HIDROLOGÍA.**

- 10.1. -Definición.
- 10.2. - Ciclo Hidrológico. Definiciones.
- 10.3. - Ecuación fundamental de la Hidrología.

10.4. - Aplicaciones de la Hidrología.

### **Tema 11. – CUENCAS HIDROGRÁFICAS**

11.1.- Generalidades

11.2. - Regiones Hidrográficas.

11.3. - Características físicas de una hoya hidrográfica.

### **Tema 12. – PRECIPITACIONES**

12.1. - Generalidades

12.2. - Factores climáticos.

12.3. - Precipitación, formación y tipos.

12.4. - Medidas pluviométricas.

12.5.- Análisis estadístico de datos hidrológicos.

12.6.- Variación de la precipitación.

12.7.- Precipitación media sobre una hoya.

12.8.- Análisis de lluvias intensas.

### **Tema 13.– INFILTRACIÓN**

13.1. - Generalidades.

13.2. - Distribución de la precipitación en el suelo.

13.3. - Parámetros característicos de la infiltración.

13.4. - Métodos de medición de la capacidad de infiltración.

13.5. - Factores que intervienen en la capacidad de infiltración.

13.6. - Ecuación de la curva de capacidad de infiltración-tiempo

13.7. - Índices  $\theta$  de infiltración.

### **Tema 14. – EVAPORACIÓN Y EVAPOTRANSPIRACIÓN)**

14.1. - Introducción.

14.2. - Definición y factores físicos.

14.3. - Influencias metereológicas.

14.4. - Definiciones básicas.

14.5.- Fórmula general de la evaporación.

### **Tema 15. – ESCORRENTÍA SUPERFICIAL**

15.1. – Generalidades.

15.2. – Hidrogramas.

15.3. - Medidas de caudales.

15.4. - Estimación de la escorrentía superficial a través de los datos de lluvia.

**Tema 16. – ESTIMACIÓN DE CRECIENTES**

- 16.1 - Crecientes e inundaciones.
- 16.2 - Período de retorno T.
- 16.3 - Análisis de la naturaleza de los datos de caudal.
- 16.4 - Métodos de pronóstico de crecientes basados en datos de lluvia.
- 16.5. - Fórmulas empíricas para el cálculo de caudales de creciente.
- 16.6 - Control de las crecientes e inundaciones.

**Tema 17. – PROPAGACIÓN DE CRECIENTES**

- 17.1. – Generalidades.
- 17.2. - Propagación de crecientes a través de embalses.
- 17.3. - Propagación de crecientes en ríos y canales.

**BIBLIOGRAFÍA DE HIDRÁULICA**

- 1) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., JIMENEZ, R.: "Apuntes de Hidráulica" (2ª parte de la asignatura) E.U.Politécnica de Donostia-San Sebastián. UPV-EHU.
- 2) GONZALEZ, Alberto. "Apuntes de Hidrología". E.U.Politécnica de Donostia-San Sebastián. UPV-EHU.
- 3) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., GONZALEZ, A. "Cuaderno de Cuadros y Abacos" E.U.Politécnica de Donostia-San Sebastián. UPV-EHU.
- 4) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., GONZALEZ, A.; JIMENEZ; R.: "Colección de Problemas de Hidráulica e Hidrología" E.U.Politécnica de Donostia-San Sebastián. UPV-EHU.
- 5) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., REBÓN D. ; GONZALEZ, A: JIMENEZ; R.: "Prácticas de Laboratorio de Hidráulica e Hidrología" E.U.Politécnica de Donostia-San Sebastián. UPV-EHU.
- 6) AGÜERA SORIANO, José. "Mecánica de Fluidos incompresibles y Turbomáquinas Hidráulicas". Ed. Ciencias - 1992.
- 7) CARLIER, M. "Hydraulique générale et appliquée" Ed. Eyrolles. Paris 1980 (importador Diaz de Santos, Madrid).
- 8) ESCRIBÁ BONAFÉ, Domingo. "Hidráulica para ingenieros". Ed. Bellisco 1988.
- 9) FOX R.W. y Mc. DONALD. A.T. "Introducción a la Mecánica de Fluidos". Ed. Mc. Graw-Hill-1989.
- 10) FRANZINI J.B. y FINNEMORE E.J. "Mecánica de Fluidos con aplicaciones en Ingeniería". Ed. Mc. Graw-Hill –1999.

- 11) FRENCH, Richard H. "Hidráulica de canales abiertos". Ed. Mc. Graw-Hill 1993.
- 12) NOVAK, A.I.B. Y otros. "Estructuras Hidráulicas". Ed. Mc. Graw-Hill 2001.
- 13) SOTELO ÁVILA, Gilberto. "Hidráulica General. Volumen I. Fundamentos". Ed. Limusa 1995.
- 14) STREETER V.L. WYLIE E.B. "Mecánica de los fluidos". Ed. Mc. Graw-Hill, 1979.
- 15) WHITE F.M. "Mecánica de los fluidos". Ed. Mc. Graw-Hill 1983.

## BIBLIOGRAFÍA DE HIDROLOGÍA

- 16) CHOW, W. T., MAIDMENT, D. R. y MAYS, L. W. "Hidrología aplicada". Ed. Mc Graw-Hill.
- 17) MONSALVE S. G. "Hidrología en la Ingeniería". Ed. Esc. Colombiana de Ingeniería.
- 18) BECERRIL, E. "Hidromecánica". Ed. Dossat.
- 19) REVILLA, J. A., LIANO, A., SÁINZ BORDA, A. "Apuntes de Hidrología superficial y aplicada". Servicio publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P de Santander.
- 20) LLAMAS, José. "Hidrología general. principios y aplicaciones". Servicio editorial Universidad del País Vasco 1993.

## PROGRAMA DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO

### 1.- Prácticas sobre las propiedades de los fluidos

- 1.1.- Utilización de la balanza.
- 1.2.- Medida de viscosidades con el viscosímetro Engler.
- 1.3.- Visualización de la capilaridad.

### 2.- Prácticas sobre medida de la presión y cálculo de fuerzas

- 2.1.- Aparatos para la medición de la presión.
- 2.2.- Medida de la presión mediante manómetros diferenciales.
- 2.3.- Medida de la presión mediante micromanómetros. Comparación con un manómetro en U convencional.
- 2.4.- Medida de fuerzas sobre superficies
- 2.5.- Utilización del hidrómetro.
- 2.6.- Determinación de la densidad de líquidos mediante la pesada hidrostática.

### 3.- Prácticas sobre medida del flujo fluido.

- 3.1.- Medida de la presión estática, dinámica y total.
- 3.2.- Medida de la velocidad de un flujo de aire.
- 3.3.- Calibrado de orificios en régimen permanente.
- 3.4.- Tiempo de vaciado de un depósito
- 3.5.- Calibrado de venturímetros.
- 3.6.- Calibrado de diafragmas.
- 3.7.- Medidores indirectos de flujo.
- 3.8.- Calibrado de rotámetros.
- 3.9.- Medición de caudales mediante vertederos.

#### 4.- **Prácticas sobre estudio de flujos reales.- Pérdidas de carga en conductos.**

- 4.1.- Visualización de las experiencias de Reynolds. Flujo laminar y turbulento.
- 4.2.- Estudio de las pérdidas de carga en tuberías.
- 4.3.- Estudio de las pérdidas de carga en piezas especiales.
- 4.4.- Visualización y análisis de la cavitación.

#### 5.- **Prácticas de hidrología**

- 5.1.- Medida de la escorrentía producida por la lluvia.

## **TEMA 1**

# **PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS FLUIDOS**



1.1. Si un fluido tiene una densidad de  $1225 \text{ kg/m}^3$ , se pide:

- a) El volumen de una determinada cantidad de fluido cuyo peso fuese  $10^7 \text{ dyn}$ .
- b) El peso en daN de  $5\text{m}^3$  de dicho fluido.
- c) La masa en kg de una determinada cantidad de fluido que en la luna pesase 250N.

**Dato:** Gravedad lunar =  $1,61 \text{ m/s}^2$

- r)  $0,0083 \text{ m}^3$ ; 6.002,5 daN; 155,3 kg.

1.2. Se tiene un caudal en peso de  $0,06 \text{ N/s}$  de un aceite cuya densidad relativa es 0,86. Se pide:

- a) Caudal másico en el Sistema Internacional
- b) Caudal volumétrico en  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $\text{l/s}$  y  $\text{cm}^3/\text{s}$ .
- r)  $0,0061 \text{ kg/s}$ ;  $7,12 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $7,12 \cdot 10^{-3} \text{ l/s}$ ;  $7,12 \text{ cm}^3/\text{s}$ .

1.3. Una tensión cortante de  $4 \text{ dyn/cm}^2$  causa una deformación angular de  $1 \text{ rad/s}$  a un fluido Newtoniano. ¿Cuál es la viscosidad absoluta ó dinámica del fluido expresada en centipoises?.

- r) 400 cPo

1.4. En un punto en un flujo viscoso, la tensión cortante es de  $35 \text{ kPa}$  y el gradiente de velocidad es de  $6000 \text{ m/s.m}$ . Si la densidad relativa del líquido es 0,93. ¿Cuál es la viscosidad cinemática (Stoke)?.

- r) 62,7 St

1.5. Se tiene un depósito de acero, supuesto rígido, de  $5.000 \text{ l}$  de capacidad, cuyo peso cuando está vacío es de  $7.000 \text{ kg}$ . El mismo depósito pesa  $12.036,7 \text{ kg}$  después de llenarlo de agua y someterlo a  $150 \text{ atm}$  de presión absoluta. Calcular el módulo de elasticidad volumétrico del agua.

**Dato:**  $1 \text{ atm} = 10.336 \text{ kg/m}^2$ .

- r)  $21.059 \text{ kg/cm}^2$ .

1.6. Cuando se somete un volumen de alcohol de  $0,02892 \text{ m}^3$  a una presión de  $51000 \text{ kPa}$ , éste se contrae a  $0,02770 \text{ m}^3$ . Calcúlese el módulo de elasticidad (MPa).

- r) 1208 MPa.

1.7. Un depósito metálico sometido a una presión interior de 30 MPa contiene 2.000 kg de agua, ocupando todo su volumen. Si el depósito se ha dilatado un 0,5 % en volumen al someterle a tal presión, se pide:

a) Cantidad de agua que se verterá cuando el depósito se despresurice.

**Dato:** Módulo de elasticidad volumétrico del agua  $K_{\text{agua}} = 2.100 \text{ MPa}$ .

r) 38,1 kg.

1.8. Deducir la ecuación que proporcione el ascenso o descenso capilar debido a la tensión superficial en un tubo de sección circular.

Se tiene un barómetro de mercurio, cuyo tubo de vidrio es de 1 mm. de diámetro. Cuando la altura del mercurio sea de 750 mm, ¿qué valor tomará la presión atmosférica?. ¿Por qué?

**Datos:**  $S_{\text{Hg}} = 13,6$ ;  $\sigma_{\text{Hg}} = 0,51 \text{ N/m}$ .

Suponer que las fuerzas de adhesión son despreciables frente a las de cohesión.

r) 101,4 kPa.

1.9. Calcular la presión dentro de una gota de agua de 1 mm de diámetro, siendo la tensión superficial del agua 0,0720 N/m.

r) 288 Pa.

1.10. Introducido un tubo capilar de sección circular en agua, se pide:

a) Deducir la expresión que proporciona la elevación del agua en el tubo capilar, suponiendo que el líquido moja totalmente al sólido.

b) Aplicarlo al caso en que el diámetro del tubo sea de 5 mm.

**Dato:** Tensión superficial del agua  $\sigma_{\text{agua}} = 0,0074 \text{ kg/m}$ .

r) 5,92 mm.



## **TEMA 2**

# **ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS. HIDROSTÁTICA**

2.1. Un gato hidráulico tiene las dimensiones que se muestran en la figura adjunta; si se ejerce una fuerza de 100 N en la palanca del gato, se pide:

a) Presión ejercida en A<sub>1</sub> expresada en bares.

b) Carga F<sub>2</sub> que puede soportar el gato expresado en daN.

r) 62,2 bar; 1.221,3 daN.

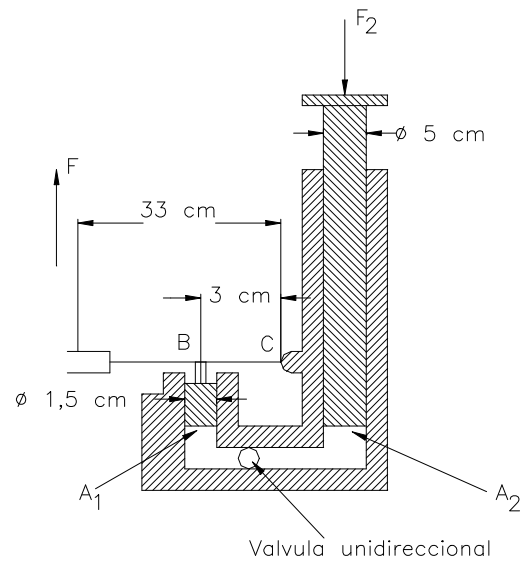
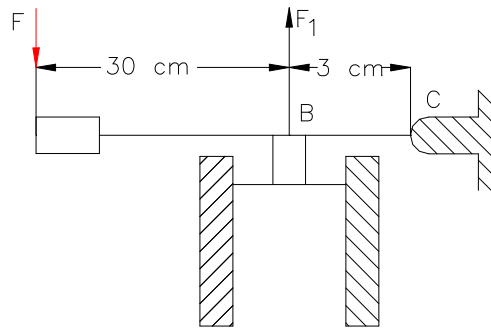


Figura 2.1.

**Resolución**

a) Presión ejercida en A<sub>1</sub> expresada en bares



$$P_1 = 62,2 \text{ bar}$$

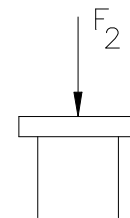
Datos  $F = 100 \text{ N}$

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0 &= F \times 0,33 = F_1 \times 0,33 \Rightarrow \\ F_1 \times 0,03 &\Rightarrow F_1 = \frac{100 \times 0,33}{0,03} = 1100 \text{ N} \\ F_1 = P_1 \times A_1 &\Rightarrow P_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1100}{\pi \times \frac{0,015^2}{4}} \\ \Rightarrow P_1 &= 6224726,66 \text{ Pa} = 62,24 \text{ bar} \end{aligned}$$

b) Carga F<sub>2</sub> que puede soportar el gato expresado en daN.

Teorema de Pascal:  $P_1 = P_2$ .

$$F_2 = P_2 \times A_2 = 62,2 \times 10^5 \times \pi \times \frac{0,05^2}{4} = 12212,9 \text{ N}$$



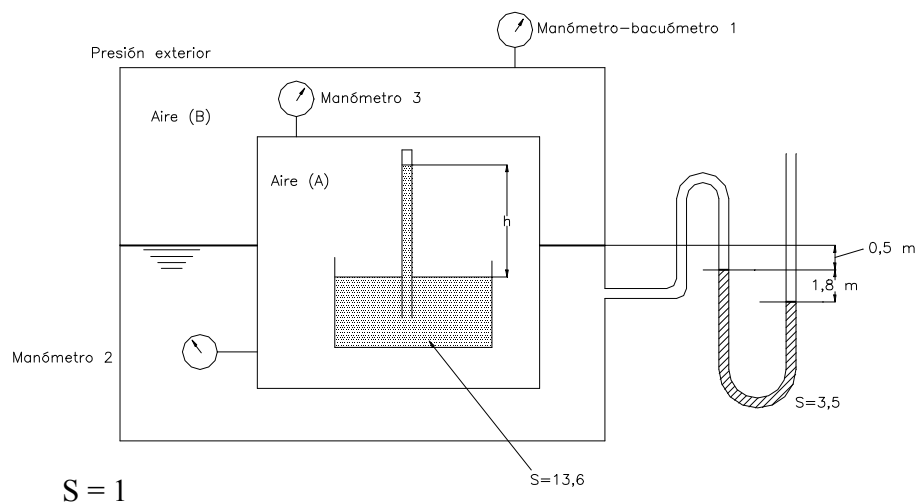
$$F_2 = 1221,3 \text{ daN}$$

2.2. Dada la siguiente **Figura 2.2.**, calcular:

- Presión que marca el Manómetro-Vacuómetro 1 ( $\text{kg/cm}^2$ ).
- Presión absoluta del aire B (bar).
- Presión absoluta que marca el manómetro 2 (kPa).
- Si  $h = 0,75 \text{ m}$ , calcular la presión de vapor del mercurio encerrado en la parte superior del barómetro de Hg (baria).

**Datos:**

- ⇒ Manómetro 1; mide presiones manométricas.
- ⇒ Manómetro 2; mide presiones absolutas.
- ⇒ Manómetro 3; mide presiones manométricas.
- ⇒ Presión de la atmósfera exterior = 750 Torr.
- ⇒ Presión del manómetro 3 = 7 mca.



**Figura 2.2.**

**Resolución**

- a) Presión ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) que señala el manómetro-vacuómetro 1.

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0,5 + 1,8 \times 3,5 = 0(\text{mca})$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = -0,5 - 1,8 \times 3,5 = -6,8 \text{ mca} = -0,68 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} = -0,68 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}$$

- b) Presión absoluta (bar) del aire en B.

$$P_{atm} = 750 \text{ Torr} = 0,75 \times 13,6 = 10,2 \text{ mca}$$

$$P_B^{abs} = P_1 + P_{atm} = -6,8 + 10,2 = 3,4 \text{ mca} = 3,4 \times \frac{9800}{10^5} = 0,3332 \text{ bar}$$

$$\boxed{P_B^{Abs} = 0,3332 \text{ bar}}$$

- c) Presión (kPa) que señala el manómetro 2.

$$P_2^{abs} = P_A^{abs} = P_3^{man} + P_B^{abs} = 7 + 3,40 = 10,4 \text{ mca} = 10,4 \times \frac{9800}{10^3} = 101,92 \text{ kPa}$$

$$\boxed{P_2^{abs} = 101,92 \text{ kPa}}$$

- d) Presión de vapor del mercurio (baria).

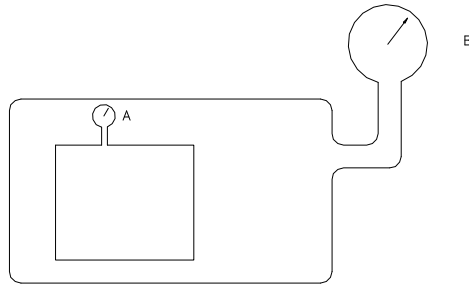
$$P_A^{abs} - h = P_v(\text{Hg}) \Rightarrow P_v(\text{Hg}) = 10,4 - 0,75 \times 13,6 = 0,2 \text{ mca}$$

$$P_v(\text{Hg}) = 0,2 \times 9800 \times 10 = 19600 \text{ baria}$$

$$\boxed{P_v(\text{Hg}) = 19600 \text{ baria}}$$

**2.3.** La lectura del manómetro A colocado en el interior de un depósito presurizado es de  $0,9 \text{ kg}/\text{cm}^2$ . Otro manómetro B colocado en el exterior del depósito presurizado y conectado con él marca  $1,4 \text{ kg}/\text{cm}^2$  y un barómetro aneroide señala 750 torr. Se pide:

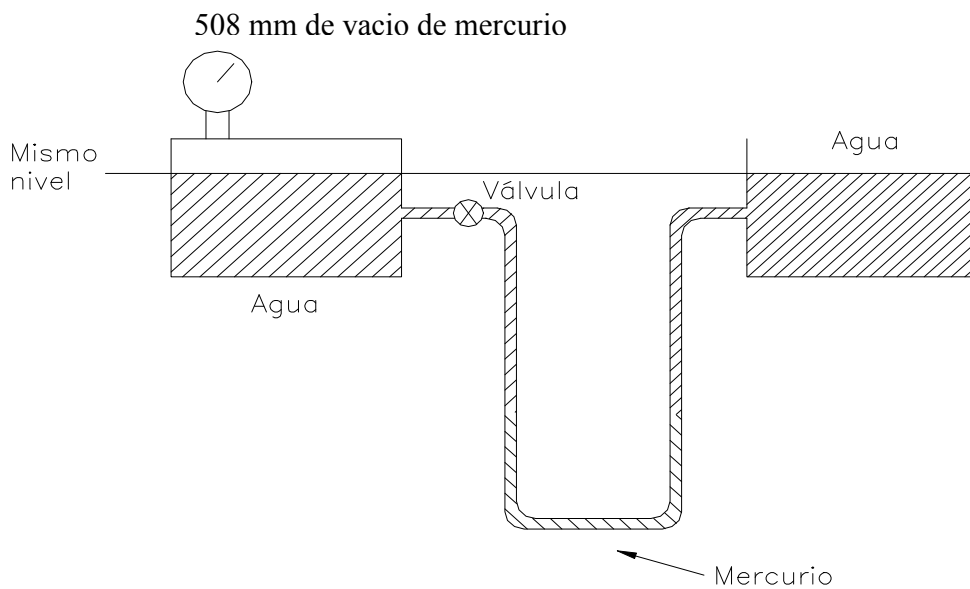
- a) Presión absoluta del depósito interior en torr.  
 b) Idem en kPa.  
 r) 2.441,2 torr; 325,4 kPa.



**Figura 2.3.**

2.4. Calcular la magnitud y la dirección de la lectura del manómetro cuando la válvula está abierta. Los tanques son muy grandes en comparación con los tubos del manómetro.

r) 54,8 cm.



**Figura 2.4.**

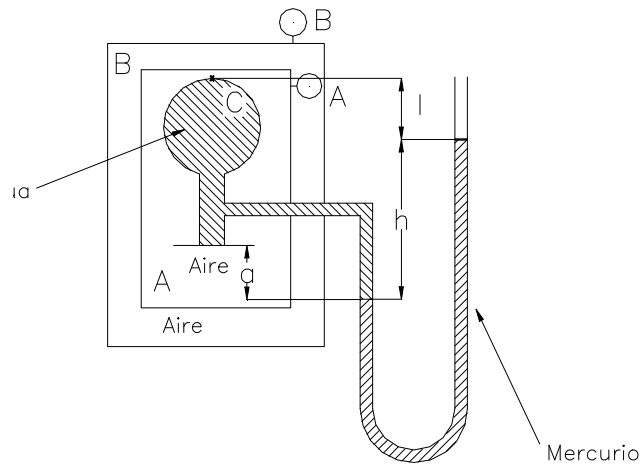
2.5. Se trata de un matraz lleno de agua, invertido, con un papel en la boca para que no se derrame el agua. Calcular:

- a) Presión en el punto C (mbar).
- b) Presión absoluta en C (bar).
- c) Presión absoluta en el depósito A ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ).
- d) Presión que marcará el manómetro B (Torr).

**Datos:**  $h = 50 \text{ cm}$ ;  $a = 10 \text{ cm}$ ;  $l = 40 \text{ cm}$ ;  $s(\text{Hg}) = 13,6$ ;  
 $P_A = 0,4 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ;  $P_{\text{atm}} = 980 \text{ mbar}$



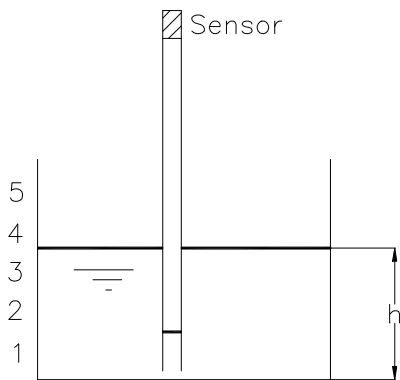
r) 578,2 mbar; 1,558 bar; 1,67 kg/cm<sup>2</sup>; 198,5 Torr.



**Figura 2.5.**

**2.6.** El keroseno tiene una densidad relativa de 0,81. ¿Qué altura de columna de keroseno equivale a una presión de 2000 Pa?. Si la presión atmosférica es de 750 mm de Hg, calcular la presión absoluta en bares.

r) 0,2519 mck; 1,0196 bar.



**Figura 2.7.**

**2.7.** El dispositivo de la **Figura 2.7.** se utiliza para medir el nivel de un depósito de agua. El tubo vertical esta originalmente (al estar fuera del depósito) lleno de aire y en la parte superior cerrada hay un sensor que indica la presión del aire dentro del tubo.

a) Calcular una expresión que relacione la altura del agua en el depósito “h” y la presión manométrica del aire en metros de columna de agua. El proceso de compresión del aire es isoterma.

b) Entre que presiones manométricas (Pa)deberá trabajar el sensor si se quiere que la altura del depósito oscile entre 1 y 5 m de agua.

**Datos:** P<sub>atm</sub> = 10 mca; Altura del tubo H = 5,5 m

r)  $y^2 + y(15,5 - h) - 10h = 0$  ( $y = \text{presión mca}$ ); 6464 Pa; 34858,2 Pa.

## Fuerzas sobre superficies.

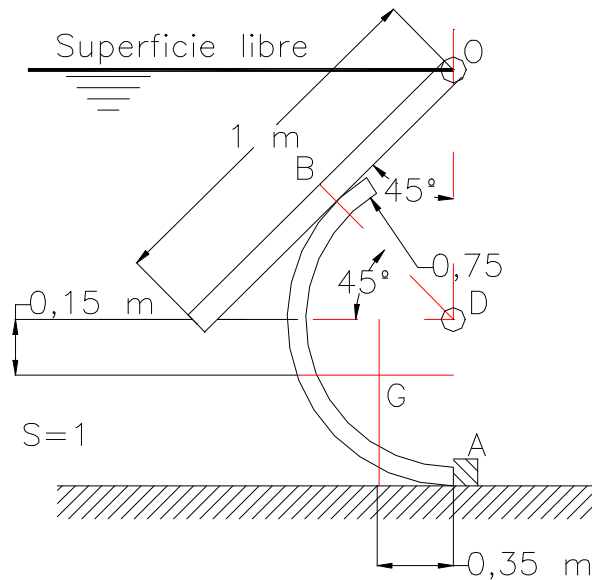
**2.8.** La compuerta de la Figura 2.8. se compone de una compuerta plana homogénea de peso  $3920 \text{ N/m}$ . lineal, inclinada  $45^\circ$  con libertad de giro alrededor de la rótula O. Dicha compuerta se apoya a su vez sobre una segunda circular de  $0,75 \text{ m}$  de radio, articulada en su centro sobre un eje D. Esta segunda compuerta pesa  $4900 \text{ N/m}$ . lineal y su centro de gravedad G se sitúa como indica la figura.

Se pide:

- Fuerza hidrostática sobre la compuerta plana y punto de aplicación
- Fuerza ejercida en B sobre la compuerta curva.
- Componente horizontal de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.
- Componente vertical de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.
- Fuerza ejercida sobre el tope A.
- Fuerza ejercida sobre el eje D
- Par a aplicar para la apertura de la compuerta inferior.

**Nota:** Dibujar los prismas de presiones acotados correspondientes a cada una de las fuerzas hidrostáticas.

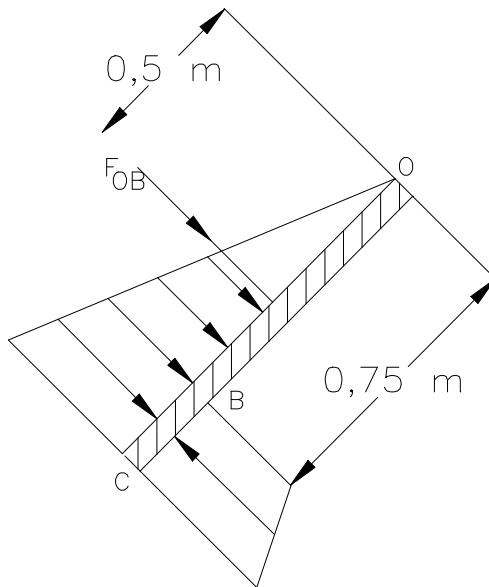
Calcular las fuerzas indicando el módulo, dirección y sentido por m lineal de profundidad.



**Figura 2.8.**

### Resolución.

a) Fuerza hidrostática sobre la compuerta plana y pto. de aplicación.



$$\frac{P_B}{\gamma} = 0,75 \times \cos 45 = 0,53 \text{ mca}$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 1 \times \cos 45 = 0,71 \text{ mca}$$

$F_{OB}$  = volumen del prisma de presiones

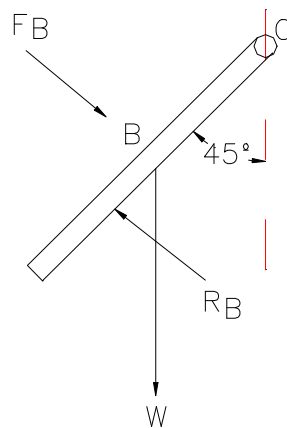
$$F_{OB} = \frac{1}{2} \times 0,75 \times 0,53 \times 9800 = 1947,75 \text{ N}$$

$$F_{OB} = 1947,75 \text{ N}$$

Aplicación; centroide del prisma de presiones.

$$\frac{2}{3} h \text{ respecto de } O = \frac{2}{3} \times 0,75 = 0,5 \text{ m}$$

b) Reacción en B ( $R_B$ ).



$$W = 3920 \text{ N}$$

Equilibrio :

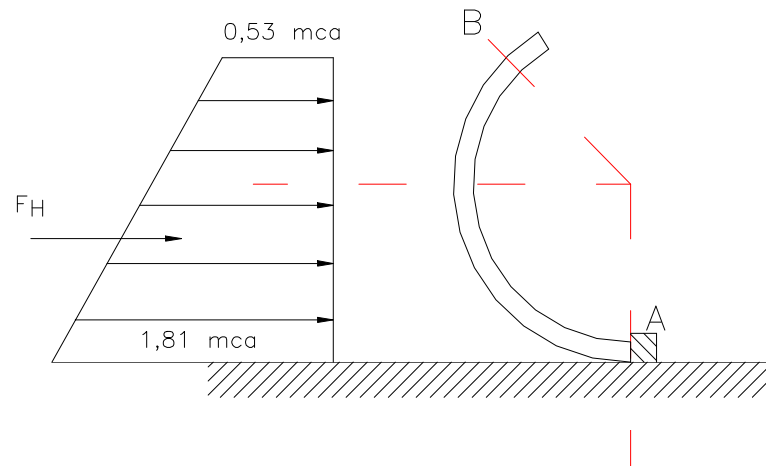
$$\Sigma M_0 = 0$$

$$R_B \times 0,75 = F_{OB} \times 0,5 + W \times 0,5 \times \cos 45^\circ$$

$$R_B = \frac{1947,75 \times 0,5 + 3920 \times 0,5 \times \cos 45^\circ}{0,75} = 3146,4 \text{ N}$$

$$R_B = 3146,4 \text{ N}$$

c) Componente horizontal de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.



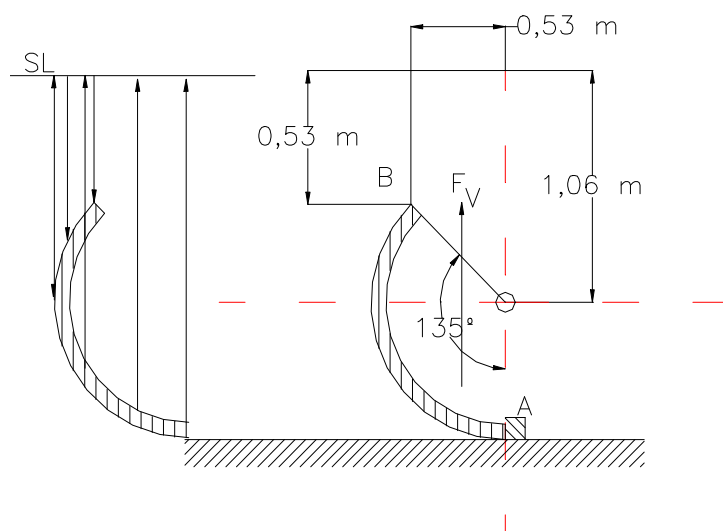
$$\frac{P_A}{\gamma} = 0,75 \times \cos 45 + 0,75 \times \cos 45 + 0,75 = 1,81 \text{ mca}$$

$F_H = \text{volumen del prisma de presiones}$

$$F_H = \frac{0,53 + 1,81}{2} \times 9800 \times (1,81 - 0,53) \times 1 = 14676,48 \text{ N}$$

$$F_H = 14676,48 \text{ N}$$

d) Componente vertical de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.

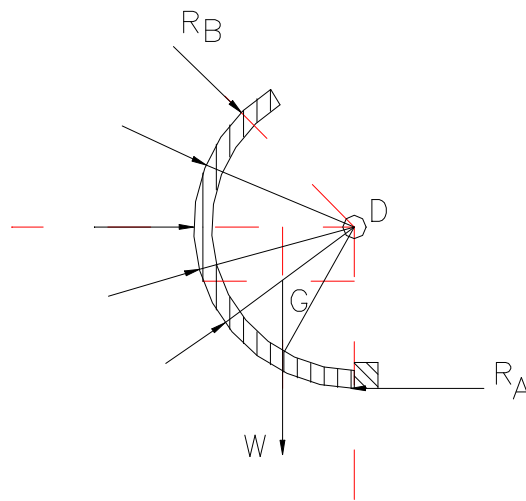


$F_V$  = peso del volumen de agua comprendido entre la superficie curva y la superficie libre.

$$F_V = (F_{\text{trapecio}} + F_{\text{cir}}) = \left[ \left( \frac{0,53 + 1,06}{2} \right) \times 0,53 + \pi \times 0,75^2 \times \frac{135}{360} \right] \times 9800 \times 1 = 10623,49 \text{ N}$$

$$\boxed{F_V = 10623,49 \text{ N}}$$

e) Reacción en el tope A ( $R_A$ ).



$$W = 4900 \text{ N}$$

Equilibrio :

$$\Sigma M_D = 0$$

La fuerza hidrostática del agua no genera momentos respecto de D, ya que las fuerzas infinitesimales son perpendiculares a la superficie curva, es decir son radiales y pasan por el centro de curvatura D.

$$R_A \times 0,75 = W \times 0,35 \Rightarrow R_A = \frac{4900 \times 0,35}{0,75} = 2286,7 \text{ N}$$

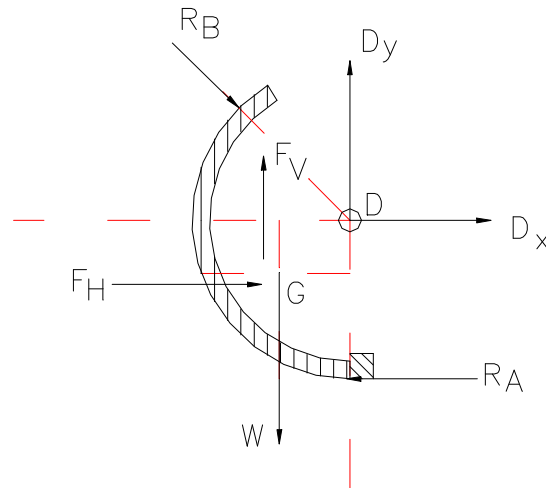
$$\boxed{R_A = 2286,7 \text{ N}}$$

f) Fuerzas en la articulación D ( $D_x, D_y$ ).

Equilibrio :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow D_x + F_H + R_B \times \cos 45^\circ = R_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D_x = 14614,65 \text{ N}(\leftarrow)$$



$$D_x = 14614,65 \text{ N}(\leftarrow)$$

Equilibrio :

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow D_y + F_V = R_B \times \cos 45^\circ + W \Rightarrow$$

$$D_y = 3146,4 \times \cos 45^\circ + 4900 - 10623,49 = -3498,5 \text{ N}$$

$$D_y = 3498,5 \text{ N}(\downarrow)$$

g) Par necesario para la apertura de la compuerta curva

El peso de la compuerta produce un momento de cierre de la misma. El resto de las fuerzas que actúan sobre la compuerta curva no generan momentos ni de cierre ni de apertura. El par ó momento necesario para la apertura de la compuerta será igual a dicho momento de cierre, aplicado en el sentido horario.

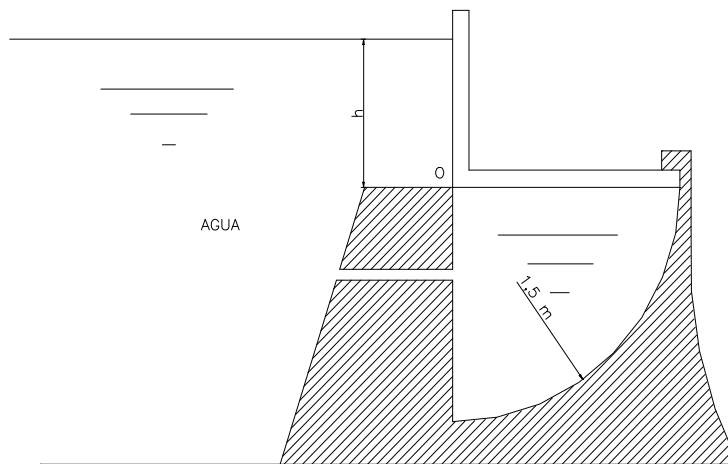
$$M = W \times 0,35 = 4900 \times 0,35 = 1715 \text{ mN}$$

$$M = 1715 \text{ mN}(\text{sen tido horario})$$

**2.9.** Se tiene la compuerta de la figura adjunta que es capaz de girar sobre O, tiene un peso de 15 kg por m de longitud normal al dibujo, y su centro de gravedad está situado a 45 cm de su cara izquierda y 60 cm de la cara inferior. Se pide:

- Altura  $h$  en la posición de equilibrio.
- Calcular las reacciones en la articulación para dicha altura  $h$ .(kN)

**Dato:** Longitud normal al dibujo = 1 m.



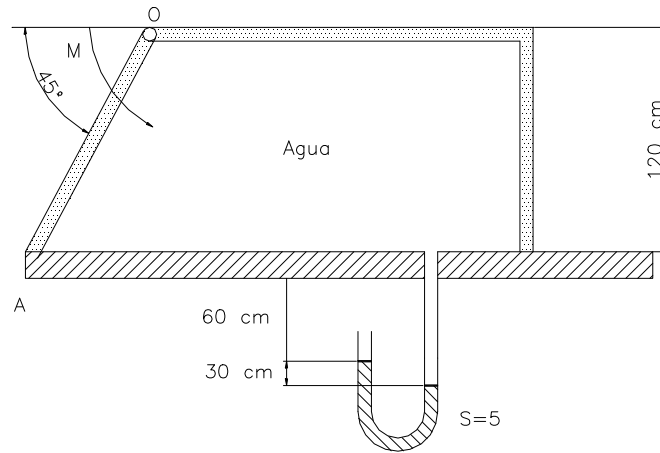
**Figura 2.9.**

- 2,595 m; 33 kN y 38 kN

**2.10.** Tomando como base la figura adjunta, se pide:

a) Momento a aplicar a O para conseguir que la compuerta OA permanezca cerrada en posición de equilibrio.

**Dato:** Anchura normal al dibujo = 1,80 m.

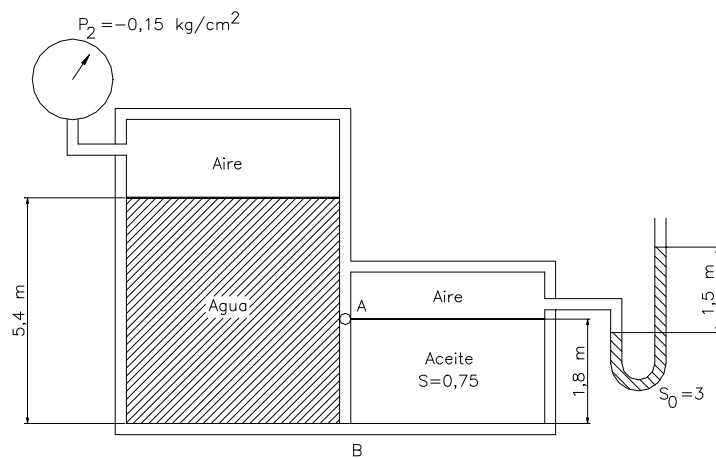


**Figura 2.10.**

r) 508 mdaN

**2.11.** La compuerta AB de la figura tiene 1,20 m de anchura normal al dibujo y está articulada en A. Se pide:

a) Fuerza horizontal que debe aplicarse en B, en módulo y sentido, para que la compuerta se mantenga en equilibrio.



**Figura 2.11.**

r) 2.221,9 daN; hacia la derecha.

**2.12.** En el sistema de la figura, se pide:

a) Fuerzas horizontal y vertical que actúan sobre la compuerta cilíndrica.

**Dato:** Diámetro de la compuerta = 1,8 m; anchura normal al dibujo = 2,5 m.

r) 8.589,8 daN; 13.265,6 daN.



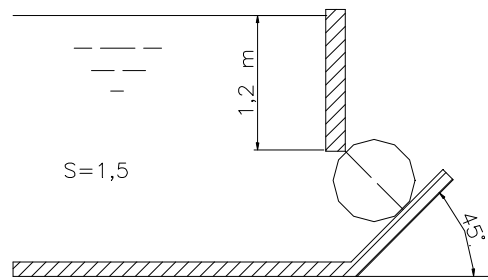


Figura 2.12.

**2.13.** La compuerta plana de la figura pesa 2.000 N por m de longitud perpendicular al plano del papel, teniendo su centro de gravedad a 2 m de su articulación O. Razonando su resolución se pide:

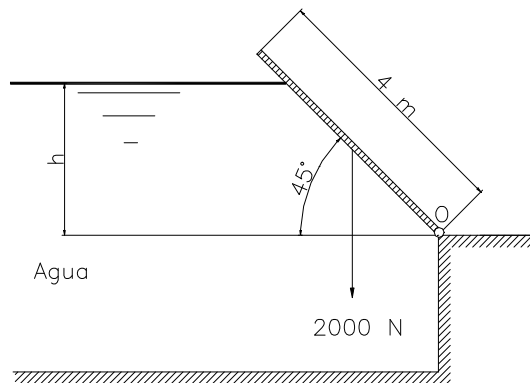


Figura 2.13.

- Cota h para la que la compuerta se encuentra en equilibrio.
  - Dibujar el prisma de presiones, calculando los valores de los puntos singulares.
- r) 0,95 m.

**2.14.** Se tiene una presa de hormigón que ha de soportar el empuje de agua de 10 m de altura; su coronación tiene 2 m y se encuentra situada 1 m por encima de la lámina superior de agua. Teniendo en cuenta que puede helarse una capa de 5 cm de espesor.

Se pide:

- La anchura de la base si se desea obtener un coeficiente de seguridad al vuelco de 1,8.

**Datos:** Presión producida por el hielo =  $80 \text{ kg/cm}^2$ ; peso específico relativo del hormigón = 2,4.

**Nota:** No se tendrá en cuenta ningún efecto de subpresión.

- r) 9,9 m.

2.15.- ¿Qué condición debe satisfacer el ángulo  $\theta$  para que la presa, de la figura, no bascule alrededor del punto O?

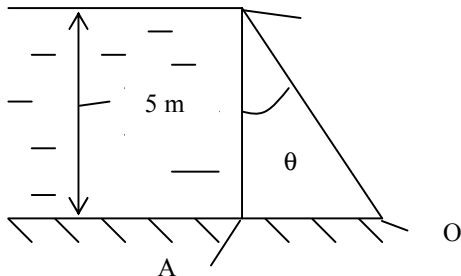


Figura 2.15.

r)  $30^\circ$

Se supondrá que la presión sobre la solera de la presa varía linealmente desde un valor máximo en el punto A hasta la presión atmosférica en el punto O.

Peso específico relativo del material de la presa: 2,5; altura de agua en la presa: 5 m.

Dato: Longitud de la presa: 50 m.

2.16.- Una presa de gravedad se calcula de tal forma que su propio peso equilibre las fuerzas y momentos que originan, que son los siguientes:

- La presión horizontal de la columna de agua sobre la pared de la presa.
- La fuerza que originaría el agua en caso de helarse, aplicada en la parte superior  $F_1$
- La presión vertical sobre la base, en el supuesto de que el agua llegase a filtrar por debajo de la presa. Se supone varía linealmente desde la altura de presión total en el borde de aguas arriba hasta cero en el de aguas abajo.

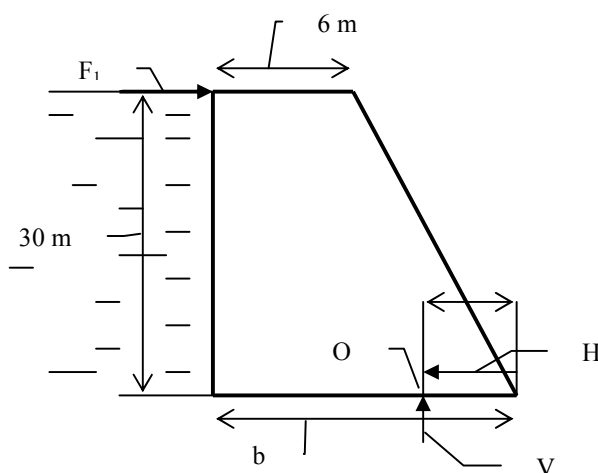


Figura 2.16.

Se supone que la reacción (vertical + rozamientos) del piso, se encuentra a un tercio de la base a partir del borde de aguas abajo y sobre la misma base (punto O).

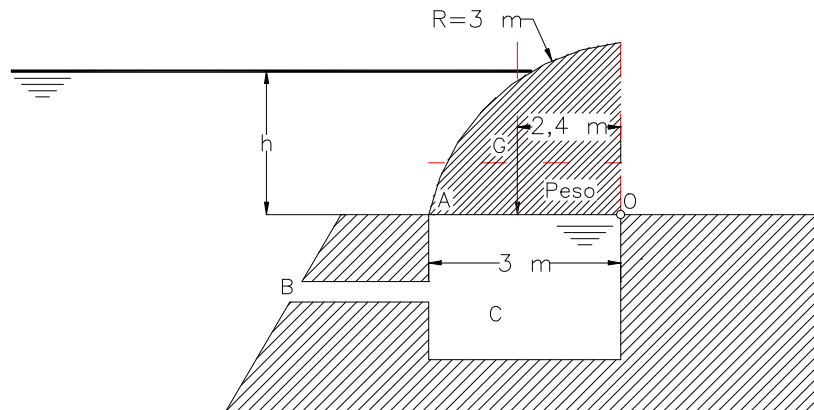
A la vista de la figura y sabiendo que  $F_1 = 18600 \text{ kg/m}$  de presa y que el material de la misma tiene un peso específico de  $s = 2,5$ , calcular la anchura mínima  $b$  de la base

r) 22,5 m

**2.17.** En la figura se representa la sección transversal de una compuerta articulada en el punto “O” y formada por una parte plana y otra cilíndrica.

Al llenarse el embalse, el agua a través del canal B, se introduce en el recinto C cuya misión es regular la apertura de la compuerta.

Sabiendo que el peso de la compuerta es de 4000 kg por metro de longitud normal al plano del dibujo y que el centro de gravedad se encuentra a 2,4 m de la articulación “O”. Se quiere saber:



**Figura 2.17.**

- a) La altura máxima  $h$  para la cual permanecerá cerrada la compuerta.

Para  $h=1,5$ m, se pide:

- b) Fuerza ejercida por la compuerta sobre el tope A.  
c) Fuerzas de reacción en la articulación “O”.

**Nota:** Dibújense todos los prismas de presiones acotados, necesarios para el cálculo de las fuerzas hidrostáticas.

- r) 2,133 m; 9310 N; 11025 y 12296 N.

**2.18.** Se quiere extraer del fondo del mar un cañón de un bergantín inglés hundido por una fragata española en el siglo XVII. El cañón está a una profundidad de 60 m, y tiene una masa de 650 kg, y un volumen de  $0,13$  m<sup>3</sup>. Para ello se sujeta a un globo que se llena de aire comprimido procedente de una botella de buceo. Se supone que el globo se encuentra a la misma profundidad que el cañón.



- a) Calcular el volumen mínimo de aire (1) necesario en el globo para poder extraer el cañón.

b) Si la presión del aire dentro del globo es la misma que la del agua a la profundidad donde está el cañon, calcular la masa de aire necesaria en el globo para ocupar el volumen mínimo necesario ( $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

c) Si el globo se llena con aire que procede de una botella de buceo de 20 l de capacidad con una presión absoluta inicial de 200 bar, calcular la presión absoluta final de la botella (bar), después del llenado del globo

**Datos:** Densidad del agua de mar =  $1025\text{ kg/m}^3$ .

Temperatura del aire =  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  (constante ; proceso isotérmico).

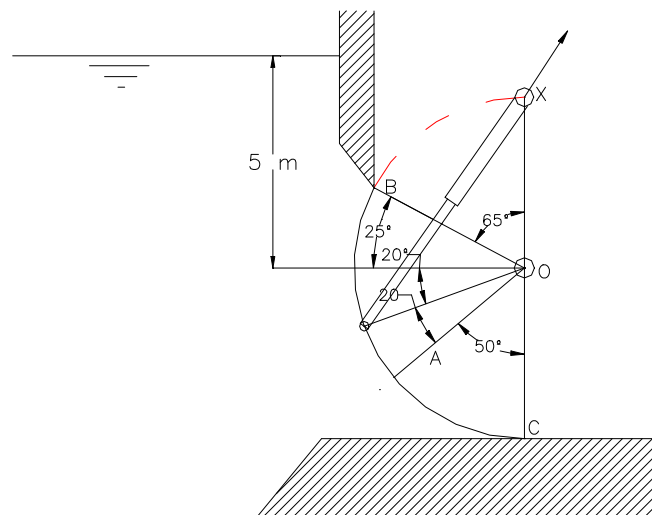
Presión atmosférica = 1 bar.

$R_{\text{aire}} = 287\text{ mN/kg.K}$

r)  $0,50415\text{ m}^3$ ;                      4,074 kg;                      22,87 bar.

**2.19.** La compuerta OBC controla un vertedero de una presa, tiene de radio 8 m y anchura 10 m, su masa es 10 t y su eje de giro es "O". Su centro de masas es el punto A, siendo la distancia OA = 5 m como se indica la figura.

Para realizar la apertura de la compuerta consta de un pistón hidráulico, como se refleja en la figura.



**Figura 2.19.**

Se pide:

a) Calcular las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce el agua sobre la compuerta, dibujando previamente los prismas de presiones (horizontal y vertical) correspondientes.

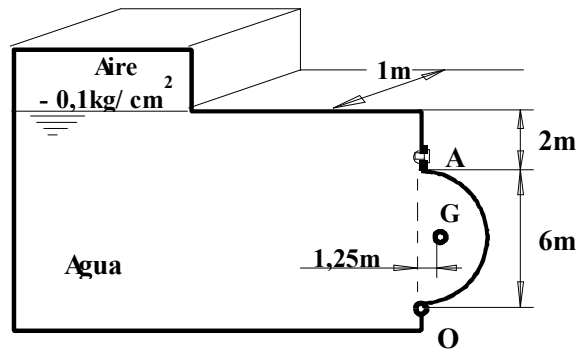
b) Fuerza resultante, de la acción del agua sobre la compuerta, en módulo dirección y sentido, indicando su línea de acción.

c) Fuerza que tendrá que realizar el pistón hidráulico (dirección x) para iniciar la apertura de la misma.

d) ¿Cómo influye la presión del agua en la fuerza del pistón?.

r) 8153 kN;    8646 kN;    11884 kN;    46,7 °;    81,8 kN;    No influye.

**2.20.** La compuerta OA semicilíndrica de la Figura es de 1 m de profundidad normal al plano del dibujo está articulada en "O" y unida en A a la pared del depósito mediante 5 pernos o tornillos repartidos a lo largo del metro de profundidad. La compuerta pesa 750 kg y su centro de gravedad está a 1,25 m de la vertical por O.



**Figura 2.20.**

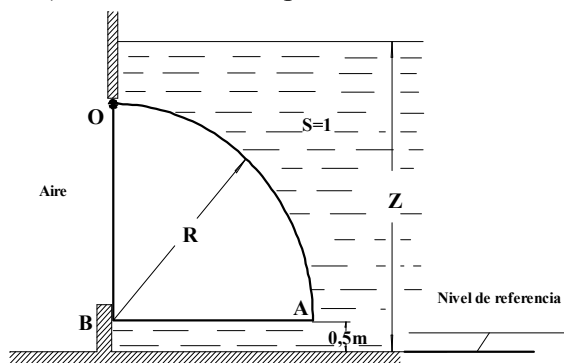
- Calcular la componente horizontal de la Fuerza Hidrostática sobre la compuerta, dibujando previamente el prisma de presiones acotado.
- Calcular la Componente Vertical de la Fuerza Hidrostática sobre la compuerta, dibujando previamente el prisma de presiones acotado.
- Calcular la Fuerza Hidrostática Resultante sobre dicha compuerta y su Línea de Acción o la de cada una de las componentes.
- Fuerza a que está sometido cada uno de los pernos para mantener el equilibrio teniendo en cuenta que todos los pernos soportan el mismo esfuerzo.
- Diámetro de cada uno de los pernos si la  $\sigma_{ad} = 150 \text{ N/mm}^2$ .
- Reacciones en la articulación "O".

**Dato:** Centro de gravedad del semicírculo:  $4R/3\pi$ .

r)  $F_H = 235200 \text{ N}$ ,  $F_V = 138544,24 \text{ N}$ ,  $R = 272971,69 \text{ N}$ ;  $x_H = 2,25 \text{ m}$ ;  $y_V = 1,27 \text{ m}$ ,  $F = 119136,3 \text{ N}$ ,  $\phi = 14,22 \text{ mm}$ ,  $O_x = 116143,55 \text{ N}$ ;  $O_y = 145894,23 \text{ N}$ .

**2.21.** La compuerta OAB de la Figura está articulada en O y apoyada en B. Es una compuerta con forma de cuarto de círculo de  $R = 2 \text{ m}$ .

- Dibujar todos los prismas de presiones acotados de la sección del agua sobre la compuerta cuando  $Z = 3,5 \text{ m}$ .
- Calcular la fuerza horizontal y vertical del agua sobre la compuerta y las respectivas líneas de acción.
- Reacción en el tope B.



**Nota:** Ancho de la compuerta  $b = 1 \text{ m}$ ; Despreciar el peso de la compuerta. Centroide de un cuarto de círculo =  $4R/3\pi$ .

r)  $39200 \text{ N}$ ;  $1,1667 \text{ m}$ ;  $30787,6 \text{ N}$ ;  $0,8488 \text{ m}$ ;  $R_B = 9800 \text{ N}$

**Figura 2.21.**

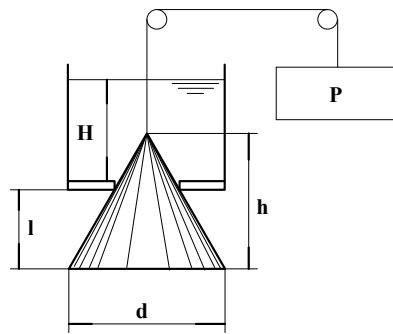
**2.22.** Calcular el valor H para la cual esta válvula de cono empezará a permitir la fuga.

**Datos:**  $P = 6700 \text{ N}$ ;  $W_{\text{válvula}} = 2225 \text{ N}$ ;  
 $h = 1,8 \text{ m}$ ;  $l = 0,9 \text{ m}$ ;  $d = 1,5 \text{ m}$ .

**Nota:** Volumen del cono:  

$$\frac{1}{3} \times \left( \pi \times \frac{d^2}{4} \times h \right)$$

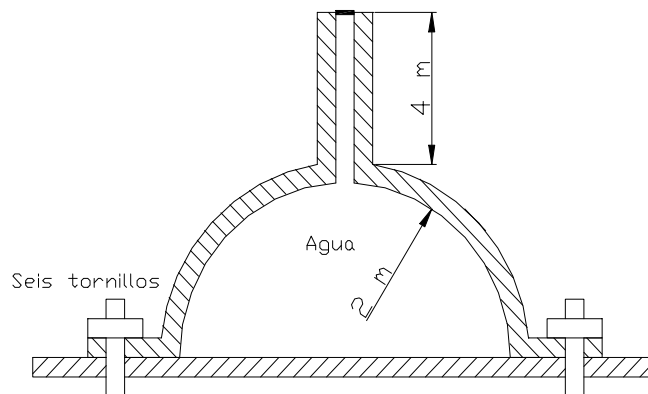
r) 1,33 m



**Figura 2.22.**

**2.23.** La cúpula semiesférica de la figura pesa 31 kN, se encuentra sujeta al suelo mediante seis pernos igualmente espaciados y resistentes. Se pide:

- Fuerza que soporta cada tornillo
- Diámetro de cada perno si la tensión admisible de trabajo del material de que están constituidos es de  $9,58 \text{ kg/mm}^2$ .
- Altura alcanzada por el agua en el tubo para que se produjera la rotura de los pernos, si su tensión de rotura es de  $40 \text{ kg/mm}^2$ .



**Figura 2.23.**

r) 90.617 N; 35 mm; 20 m.

**2.24.** El depósito mostrado en la figura está dividido en dos compartimentos independientes, estando presurizados las dos secciones superiores, que se encuentran llenas de aire.

Una esfera de madera maciza está unida a la pared de separación de los dos compartimentos, tal como se muestra. Se pide:

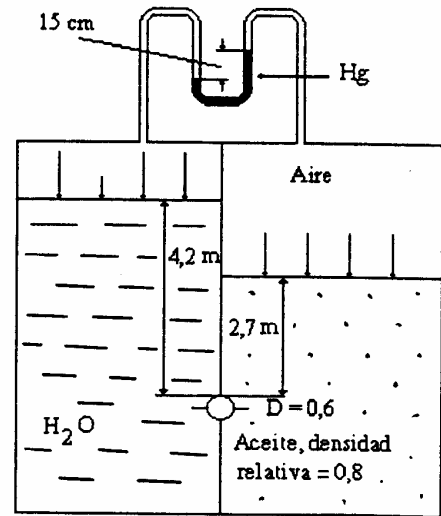
a) Dibujar los prismas de presiones correspondientes a las fuerzas hidrostáticas horizontales y verticales que actúan sobre la esfera, acotando los puntos singulares.

b) Resultante de las fuerzas verticales.

c) Resultante de las fuerzas horizontales.

**Dato:** Peso específico relativo de la madera = 0,6.

r) 332,5 N; 11471,5 N.



**2.25.** La compuerta parabólica de anchura 1,2 m articulada en A, cierra herméticamente en el extremo de un canal de agua dulce. Calcular:

a) Las componentes horizontal y vertical de la acción del agua sobre la compuerta.

b) Las líneas de acción de las componentes.

c) La fuerza F que se precisa para mantener cerrada la compuerta en contra de la presión hidrostática del agua.

**Nota:** Despreciese el peso de la compuerta.

r) 987840 N; 211680 N; 7,7 m; 0,78 m; 3885,74 kN.

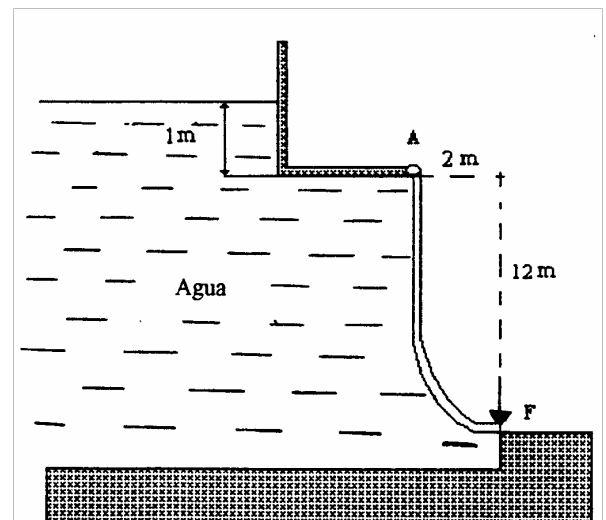
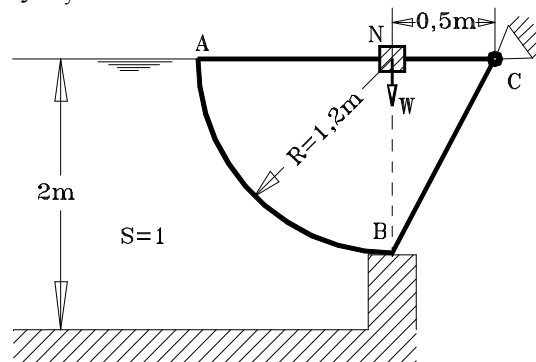


Figura 2.25.

**2.26.** La compuerta ABC ( tangente en el punto B), que obtura el aliviadero de una presa, está formada por un cuarto de círculo y un triángulo. Está articulada en el punto C y apoyada en B. La compuerta tiene una longitud  $L = 1,5 \text{ m}$  normal al plano del dibujo. Se despreciará el peso de la misma. Se pide calcular:

- Módulo y línea de acción de la fuerza hidrostática de la acción del agua sobre la compuerta. (Dibujar los prismas de presiones acotados necesarios para el calculo de la fuerza).
- Calcular el peso  $W$  que es necesario colocar en el punto N, para que esté en equilibrio y por tanto la reacción en B sea nula.
- Reacciones  $C_x$  y  $C_y$  en la articulación en el **caso b**.

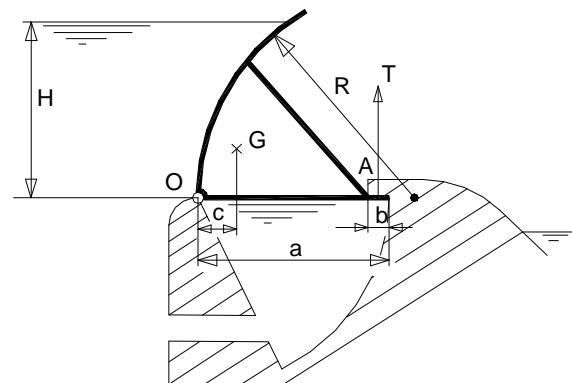


**Figura 2.26**

- r)  $F_h = 10.584 \text{ N}$  ;  $F_v = 16.625,3 \text{ N}$  ;  $F = 19.708,423 \text{ N}$  ;  $\alpha = 57,52^\circ$  y pasa por N. ;  
 $W = 16.625,3 \text{ N}$  ;  $C_x = - 10.584 \text{ N}$  ;  $C_y = 0$ .

**2.27.-** La compuerta de Sector mostrada en la figura tiene un radio  $R= 4,5\text{m}$ , soporta una altura de agua de  $H= 3\text{m}$  y gira alrededor del punto O. Su peso es de  $1 \text{ ton / m}$  perpendicular al plano del dibujo, y su línea de acción se encuentra a una distancia  $c = 0,6\text{m}$  del eje de giro O. Otros datos son:  $a = 4\text{m}$  y  $b = 0,3\text{m}$  . Se pide:

- Componente horizontal y vertical de la fuerza que actúa sobre la parte curva de la compuerta, indicando el módulo, dirección y sentido y dibujando previamente los prismas de presiones correspondientes.
- Resultante y línea de acción.
- Calcular la fuerza T de reacción sobre A.
- Calcular las reacciones en la articulación O.



**Dato:** longitud normal al plano del dibujo : 1 m

**Figura 2.27.**

- r)  $F_h = 44.100 \text{ N}$  ;  $F_v = 10.595,3 \text{ N}$  ;  $F = 45.354,94 \text{ N}$  ;  $\alpha = 13,5^\circ$  ;  $d = 1,05 \text{ m}$  ;  
 $T = - 47194,0 \text{ N}$  ;  $O_x = -44.100 \text{ N}$  ;  $O_y = - 50.010,6 \text{ N}$ .





## **TEMA 3**

### **CONSERVACIÓN DE LA MASA Y LA ENERGÍA. APLICACIÓN DEL TEOREMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN UN FLUJO.**

### Conservación de la masa y la energía en un flujo

3.1. El abastecimiento de agua a un núcleo parte de un depósito ubicado en la cota 300, el cual suministra agua a un sistema de riego a través de una boquilla, a un depósito presurizado y a un depósito abierto, tal como muestra la figura. Se pide:

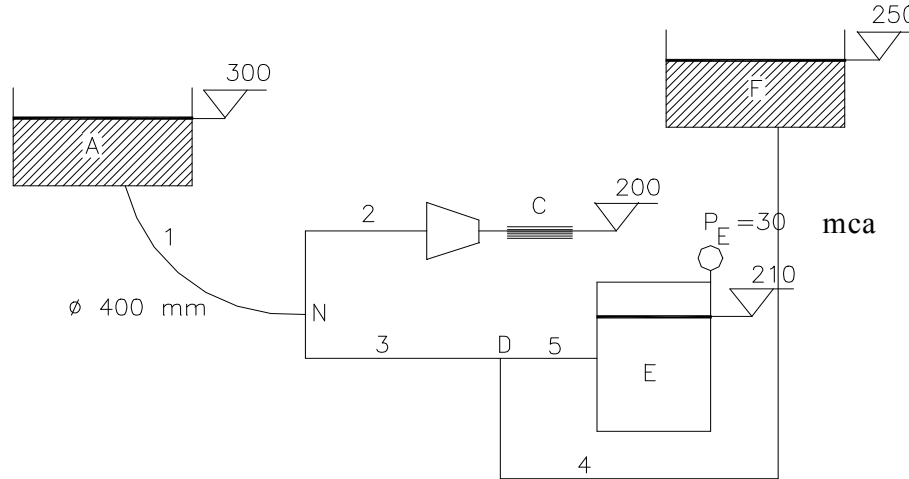


Figura 3.1.

a) Caudales circulantes por las tuberías 1, 2, 3, 4 y 5.

**Datos:** Factor de paso de 1 = 500; pérdida de potencia en 2 = 4.900 W;  $hf_3 = 3$  mca; pérdida de carga en 4 = 514,71 Torr; pérdida de potencia en 5 = 490 W; diámetro de salida de la boquilla = 65,5 mm.

**Resolución**

	Pérdidas de carga
1	$K_1 = 500$
2	Pot = 4900 W
3	3 mca
4	514,71 Torr
5	Pot = 490 W

Ecuación de Bernoulli:

$$B_D - hf_4 = B_F (mca); B_D = B_F + hf_4 = Z_F + hf_4 = 250 + 514,71 \cdot 10^3 \times 13,6 = 250 + 7 = 257 \text{ mca}$$

$$B_D - hf_5 = B_R(mca); hf_5 = B_D - B_E = B_D - \left( Z_E + \frac{P_E}{\gamma} \right) =$$

$$257 - (210 + 30) = 17 \text{ mca}$$

Relación potencia-Bernoulli:

$$Pot_{5 \text{ perdida}} = hf_5 \times Q_5 \times \gamma \Rightarrow Q_5 = \frac{Pot_{5 \text{ perdida}}}{hf_5 \times \gamma} = \frac{490}{17 \times 9800} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_5 = 2,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s} = 2,95 \text{ l/s}$$

$$\boxed{Q_5 = 2,95 \text{ l/s}}$$

$$B_A - hf_1 - hf_3 - hf_4 = B_F(mca)$$

$$hf_1 = B_A - hf_3 - hf_4 - B_F = Z_A - hf_3 - hf_4 =$$

$$300 - 3 - 7 - 250 = 40 \text{ mca}$$

Las pérdidas de carga en la tubería 1 son proporcionales a la energía cinética del agua, siendo la constante de proporcionalidad el factor de paso  $k_1$ .

$$hf_1 = k_1 \times \frac{V_1^2}{2g} \Rightarrow v_1 = \left[ \frac{2g \times hf_1}{k_1} \right]^{1/2} = \frac{2 \times 9,8 \times 40}{500} = 1,252 \text{ m/s}$$

Ecuación de la continuidad:  $Q = V \times A$

$$Q_1 = V_1 \times A_1 = V_1 \times \pi \times \frac{D_1^2}{4} = 1,252 \times \pi \times \frac{0,4^2}{4} = 0,1574 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\boxed{Q_1 = 157,4 \text{ l/s}}$$

$$B_A - hf_1 - hf_2 = B_C(mca)(1)$$

$$hf_2 = \frac{Pot_2 \text{ perdida}}{Q_2 \times \gamma} = \frac{4900}{Q_2 \times 9800} = \frac{0,5}{Q_2}$$

$$B_C = Z_C + \frac{V_C^2}{2g}$$

$$V_C = \frac{4 \times Q_2}{\pi \times D_2^2} = \frac{4 \times Q_2}{\pi \times 0,0655^2} = 296,77 Q_2^2$$

$$B_C = 200 + \frac{(296,77 \times Q_2)^2}{2g} = 200 + 4493,49 Q_2^2$$

Volviendo a la ecuación (1):

$$300 - 40 - \frac{0,5}{Q_2} = 200 + 4493,49 \times Q_2^2 \Rightarrow -60 + \frac{0,5}{Q_2} + 4493,49 \times Q_2^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4493,49 \times Q_2^3 - 60 \times Q_2 + 0,5 = 0$$

Newton-Rapson:

$$Q_{i+1} = Q_i - \frac{f(Q_i)}{f'(Q_i)}$$

$$\boxed{Q_2 = 111 \text{ l/s}}$$

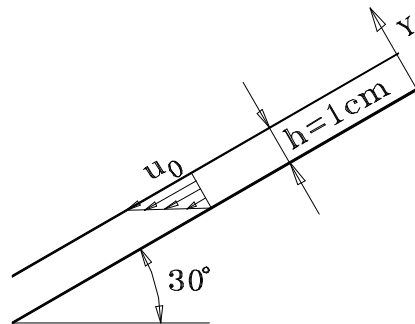
Nudo N:  $\sum Q_{entra} = \sum Q_{sale} \Rightarrow Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_3 = Q_1 - Q_2$

$$\boxed{Q_3 = 46,4 \text{ l/s}}$$

Nudo D:  $\sum Q_{entra} = \sum Q_{sale} \Rightarrow Q_3 = Q_4 + Q_5 \Rightarrow Q_4 = Q_3 - Q_5$

$$\boxed{Q_4 = 43,5 \text{ l/s}}$$

**3.2.-** El agua de lluvia fluye a una velocidad estacionaria hacia abajo en una calle que tiene una inclinación de  $30^\circ$  con respecto a la horizontal. Un fragmento de papel sobre la superficie de agua se mueve a una velocidad  $u_0 = 0,3 \text{ m/s}$ . La calle tiene 6 m de ancho y una profundidad del agua  $h = 1 \text{ cm}$ . Calcular el caudal volumétrico del agua de lluvia para un perfil de velocidad  $v = u_0 y/h$ .



**Figura 3.2**

r)  $9 \text{ l/s}$

**3.3.-** La figura muestra un dispositivo de pruebas para evaluar el coeficiente de factor de paso  $K$  para válvulas (V). Se conoce el factor de paso de la pieza a la salida de la válvula es  $K_2 = 0,2$  (energía cinética a la salida). El manómetro en una prueba indica  $40 \text{ kPa}$  y el tanque receptor tardó 3 minutos en llenar  $1,8 \text{ m}^3$ . Calcular  $K$ .

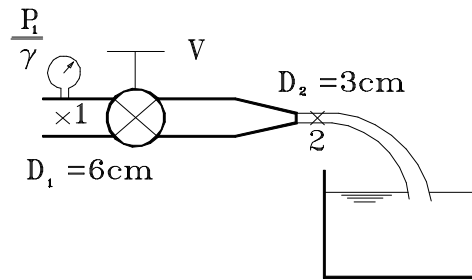


Figura 3.3

r)  $K = -11,8$  (imposible)

3.4.- Un sifón que permite la salida del agua de un recipiente de grandes dimensiones, está constituido por un tubo de 10 cm de diámetro, en el cual la línea central superior se encuentra 4 m por encima de la superficie libre del depósito. Se pide:

- a) Caudal máximo que puede esperarse obtener con este dispositivo sin que se produzca cavitación.
- b) Cota de salida del sifón con relación al nivel superior del depósito.

**Dato:** Tensión de vapor del agua = 1 mca (presión absoluta).  $P_{atm} = 1$  at.

**Nota:** La cavitación teórica se produce en aquel punto en que su presión es equivalente a la tensión de vapor máxima del líquido que fluye.

r) 80,3 l/s; -5,3 m.

3.5.- Un depósito cuya lámina de agua está en la cota 4,5, descarga a través de una boquilla S, por medio del sifón BCD. La cota superior  $Z_C = 6$  m y la  $Z_S = 2$  m.

El sifón es una tubería de  $D = 50$  mm. El factor de paso de pérdidas de carga entre B y C es  $K_{BC} = 1$  y entre C y D es  $K_{CD} = 1,2$ . El factor de paso adimensional de la boquilla con la energía cinética a la salida es  $K_{boquilla} = 0,1$ . Se pide:

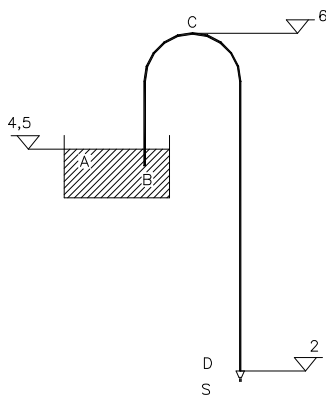


Figura 3.5

- a)  $Q$  (l/s) y Presión  $P_C$  (mca), si se considera el agua fluido perfecto.
- b)  $Q$  (l/s) y Presión  $P_C$  (mca), en el caso de fluido viscoso.
- c) Calcular la cota  $Z_C$  a la que debería estar el punto C, para que empiece la cavitación, manteniendo todos los demás parámetros invariables. Calcular así mismo el  $Q_{circulante}$ .

**Datos:**  $D_{boquilla} = 25$  mm;  $D_{tubería} = 50$  mm;  $P_v/\gamma =$  Presión de vapor = 1 mca (absolt).  $P_{atmosférica} = 10$  mca.

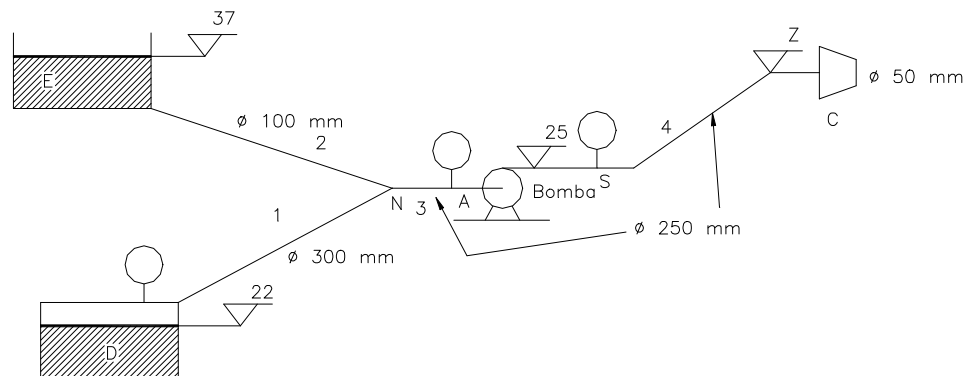
**Nota:** Recuérdese que la cavitación teórica se alcanza cuando la presión del líquido se iguala a la presión de vapor.

r) 3,426 l/s; -1,656 mca; 3,089 l/s; -1,7525 mca; 13,247 m; 3,089 l/s

**3.6.-** Por la instalación de la figura circula un combustible de peso específico relativo  $s = 0,8$  que mediante una bomba suministra combustible a un quemador pulverizador C. La bomba instalada es de 100 kW de potencia bruta con un rendimiento del 75 %.

Los manómetros instalados a la entrada y salida de la bomba, A y S, marcan 0,6 y 9,6 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente. Se pide:

- Caudales circulantes por todas las tuberías indicando los sentidos de circulación.
- Cota del quemador C.
- Presión que marcará el manómetro del depósito presurizado D expresada en kg/cm<sup>2</sup> y en kPa.



**Figura 3.6.**

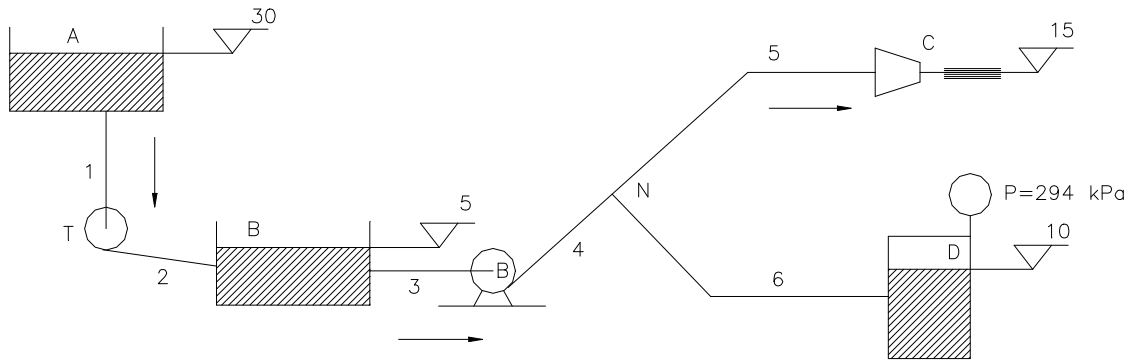
**Datos:**

- Pot<sub>4</sub><sup>perdida</sup> (desde la bomba hasta C, incluida la boquilla) = 5,15 kW.
- Pérdida de carga en la tubería 3 (desde N hasta la bomba) = 5,35 mca.
- Potencia perdida en la tubería 1: 6,3 kW.
- Factor de paso de la tubería 2:  $k = 8$ .
- Cotitas expresadas en metros.
- Diámetro del quemador = 50 mm.

**r)** 103,8 l/s; 18,8 l/s, 85 l/s;      41,75 m;      196,62 kPa y 2,01 kg/cm<sup>2</sup>

**3.7.-** Se tiene la instalación de la figura con el fin de vehicular agua desde un depósito superior (A) a uno inferior (B), ambos abiertos a la atmósfera, pasando por una turbina cuya potencia bruta es 40 kW.

El caudal acumulado en el depósito inferior (B) es bombeado hacia un sistema de riego, mediante una bomba cuya potencia bruta Pot<sub>B</sub><sup>Bruta</sup> = 80 kW y  $\eta_B = 75\%$ . Se pide:



**Figura 3.7.**

a) Caudal que llega al depósito inferior (B).

Suponiendo que el caudal bombeado es  $Q = 210 \text{ l/s}$ , se pide:

b) Altura manométrica o útil de la bomba.

c) Bernoulli en el nudo N.

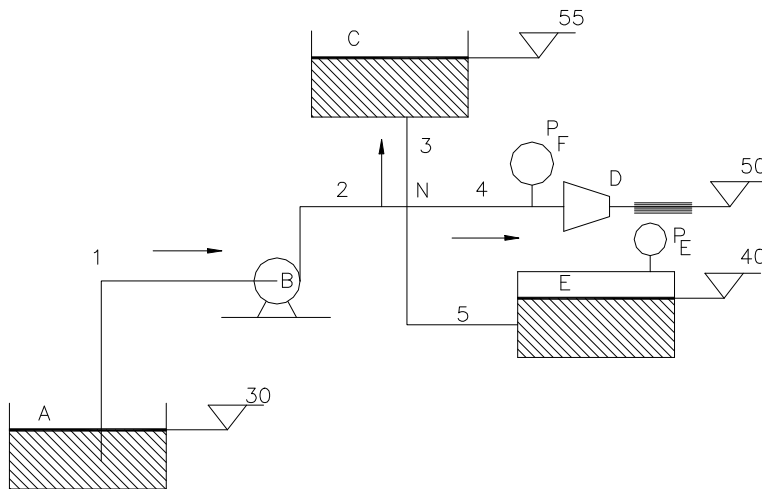
d) Caudal que sale por la boquilla de riego y caudal circulante por la tubería 6, indicando su sentido.

e) Diámetro de la boquilla.

f) Potencia del chorro a la salida de la boquilla.

**Datos:**  $h_{f1} = 0,3 \text{ kg/cm}^2$ ;  $h_{f2} = 2,75 \text{ mcl}$  ( $s = 0,8$ );  $K_3 = 4$ ;  $\Phi_3 = 400 \text{ mm}$ ;  $Pot_4^{\text{perdida}} = 2 \text{ kW}$ ;  $P_D = 294 \text{ kPa}$ ;  $K_{\text{boquilla}} = 0,1$ ;  $K_5 = 8$ ;  $\Phi_5 = 450 \text{ mm}$ ;  $Pot_6^{\text{perdida}} = 3 \text{ kW}$ . Las cotas vienen expresadas en metros.

r) 206,14 l/s; 29,15 mca; 32,609 mca; 41,41 (de D a N) y 251,41 l/s; 136,45 mm; 37,145 kW.



**3.8.** Se tiene la instalación de la Figura con el fin de vehicular un combustible de peso específico relativo  $s = 0,8$  desde el depósito inferior A, abierto a la atmósfera, hacia 3 servicios: un depósito superior abierto (C), un quemador que alimenta una caldera de vapor (D) y un depósito cerrado (E).

**Figura 3.8.**



Teniendo en cuenta los datos indicados, se pide:

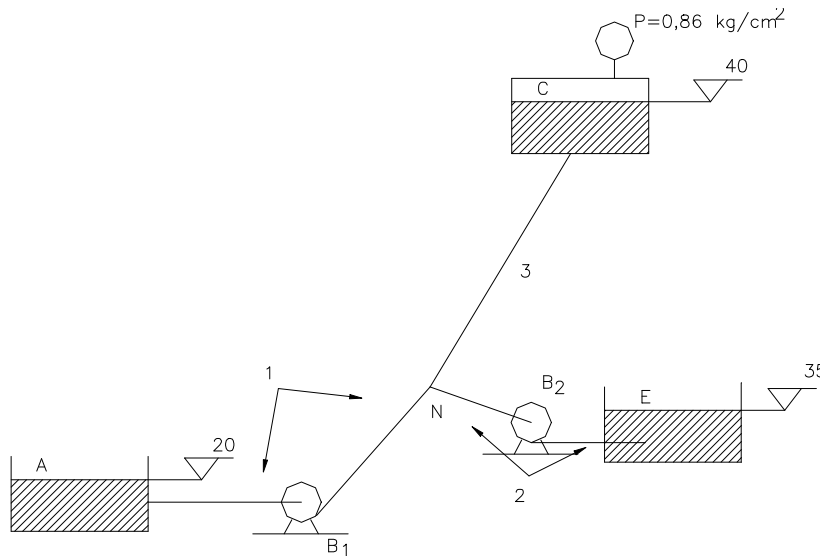
- Bernoulli en el nudo N ( $B_N$ ) en (mcl) y ( $J/m^3$ ).
- Potencia útil que suministra la bomba (kW).
- Caudal  $Q_4$  (l/s).
- Presión a la entrada de la boquilla ( $P_F$ ) en ( $kg/cm^2$ ).
- Sentido de circulación del flujo en 5.
- Potencia perdida en la tubería 5 (W/m tubería).

**Datos:**  $Q_1 = 12$  l/s;  $Q_3 = 5$  l/s;  $D_4 = 75$  mm;  $D_{boquilla} = 25$  mm;  $P_E = 0,7$  mcHg (700 Torr);  $L_5 = 34$  m.

**Pérdidas:** Tubería 1 = 1,6 mca; Tubería 2 = 1  $kg/cm^2$ ; Tubería 3 = 313,6 W; Tubería 4:  $K_4 = 130$ ; Boquilla:  $K_{boquilla} = 1,1$ .

**r)** 63 mcl; 493920  $J/m^3$ ; 4,468 kW; 4,07 l/s; 0,586  $kg/cm^2$ ; 2,93 l/s de N a E; 7,499 W/m.

**3.9.** En el esquema de la figura se muestra un sistema de bombeo donde las bombas  $B_1$  y  $B_2$  elevan un  $Q_3 = 15$  l/s de un hidrocarburo de  $\rho = 860$   $kg/m^3$  y viscosidad cinemática  $\nu = 0,05$   $cm^2/s$ , de los depósitos A y E al depósito C. Se pide:



**Figura 3.9**

- Altura útil o manométrica que aporta la bomba  $B_1$  si un caudalímetro a la salida del depósito A marca 5 l/s y se sabe que la Potencia total absorbida por la bomba  $B_1$  es de 2320 W, con un rendimiento  $\eta_{(B_1)} = 0,8$ .
- Bernoulli en el nudo N, en unidades de energía por unidad de peso (J/N).
- Potencia perdida en la tubería 1, debido a la viscosidad del hidrocarburo.
- Factor de paso K (adimensional) de pérdidas de carga de la tubería 2, si se desea instalar una bomba ( $B_2$ ) que aporte al fluido una altura útil o manométrica de 30 mc hidrocarburo.

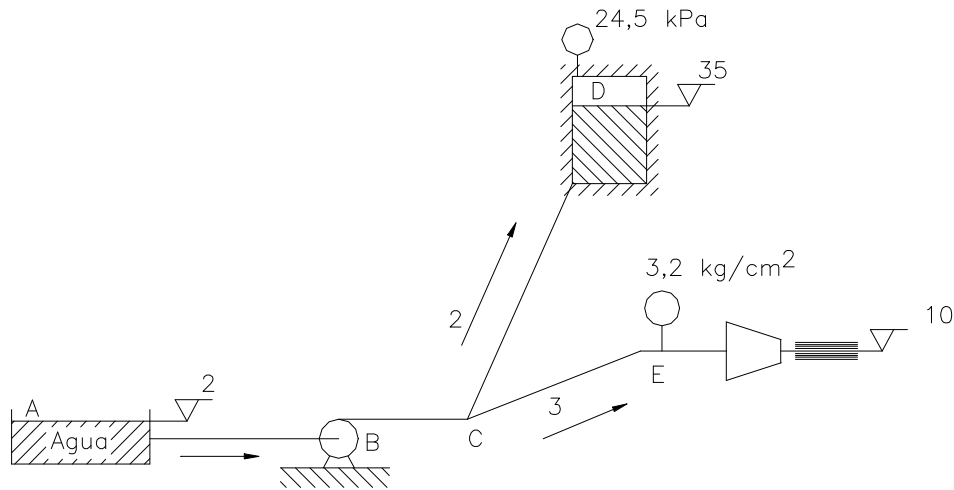
e) Pérdida de carga en la tubería 3, en mc agua.

**Datos:**  $K_1$  (tubería 1) = 79;  $\varnothing_1 = 80$  mm;  $\varnothing_2 = 100$  mm;  $\varnothing_3 = 125$  mm.

r) 44,04 mch; 60,04 mch; 168,56 W; 60; 8,6 mca.

**3.10.** Conocida la instalación esquematizada en la figura, se pide:

- Velocidad de salida del agua por la boquilla.
- Caudales circulantes por cada tubería.
- Altura manométrica de la bomba.
- Potencia bruta de la bomba, si su rendimiento es 0,75.



**Figura 3.10.**

**Datos:**  $hf_1 = 0,5$  mcl cuyo  $S = 1,5$ ; pérdida de potencia en 2 = 4 kW;

$hf_3 = 30V_3^2/2g$ ;  $P_D = 24,5$  kPa;  $P_E = 3,2$  kg/cm<sup>2</sup> (entrada a la boquilla);  
diámetro de la boquilla = 30 mm; diámetro de la tubería 3 = 100 mm.

r) 25,15 m/s; 50,2 , 32,4 y 17,8 l/s; 48,9 mca; 32,05 kW.

### Aplicación del teorema de la Cantidad de Movimiento

**3.11.** Una pieza especial consta de dos boquillas de diámetro 22 mm, que descargan a la atmósfera cada una un caudal de 9 l/s. Esta pieza está unida en B a una tubería hierro galvanizado de 125 mm. de diámetro. Tanto la tubería principal como la pieza especial se encuentran apoyadas en un plano horizontal. Se pide, despreciando las pérdidas de carga en la pieza especial:

- a) Presión en B (Pa).
- b) Esfuerzos (Fuerzas  $F_x$ ,  $F_y$ ) que se producen en la unión.
- c) Momento  $M_z$  que se produce en la unión.

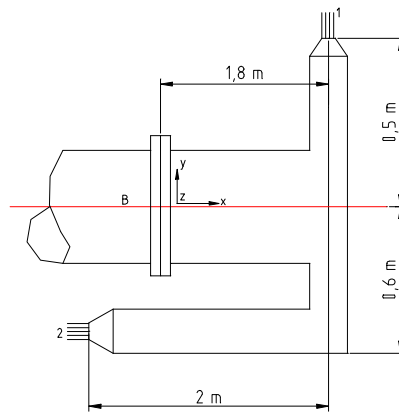


Figura 3.11.

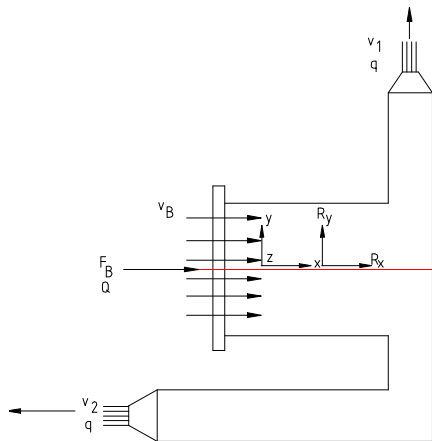
**Resolución.**

- a) Aplicación de la Ecuación de Bernoulli en la pieza especial:

$$B_B = B_1 = B_2$$

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Tomando presiones manométricas:  $P_1=P_2=0$ . Además  $Z_1=Z_2=Z_B$ .



$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}$$

Cálculo de las velocidades:

$$v_1 = \frac{4q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0,009}{\pi \times 0,022^2} = 23,68 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0,018}{\pi \times 0,125^2} = 1,47 \text{ m/s}$$

$$\text{Por lo tanto: } \frac{P_B}{\gamma} = \frac{23,68^2 - 1,47^2}{19,6} = 28,49 \text{ mca} \Rightarrow 279199 \text{ Pa}$$

b) Aplicación del teorema de la Cantidad de Movimiento:

- 1) Elección del Volumen de Control  $\forall_C$ .
- 2) Elección de los ejes x, y, z.
- 3) Fuerzas exteriores al Volumen de Control.

- Fuerza de presión:  $F_B = P_B \times A = 279199 \times \frac{\pi \times 0,125^2}{4} = 3426,3 \text{ N}$ .
- $R_x, R_y$ : acción de la pieza sobre el fluido.

4) Cálculo de velocidades.

- $v_1 = 23,68 \text{ m/s}$
- $v_B = 1,67 \text{ m/s}$

5) Aplicación de la ecuación a los ejes x e y:

$$\sum \vec{F} = \rho \left( \sum_{sal} Q\vec{v} - \sum_{ent} Q\vec{v} \right)$$

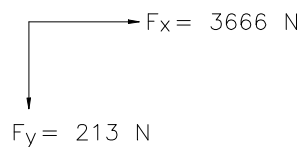
$$\sum F_x = P_B A + R_x = \rho(-qv_2 - Qv_B)$$

$$R_x = -3246,3 + 10^3[-0,009 \times 23,68 - 0,018 \times 1,47]$$

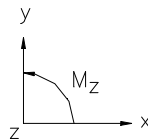
$$R_x = -3666 \text{ N} \rightarrow ((\leftarrow) R_x = 3666 \text{ N})$$

$$\sum F_y = R_y = \rho[qv_1] = 10^3 \cdot 0,009 \cdot 23,68 = 213 \text{ N} \rightarrow (\text{Por lo tanto}(\uparrow) R_y = 213 \text{ N})$$

Los esfuerzos en la brida de unión son:



b) Aplicación del teorema del Momento de la cantidad de Movimiento.

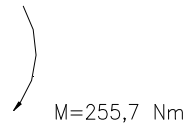


$$\sum M_z = \rho[(\vec{r} \wedge Q\vec{v})_{sal} - (\vec{r} \wedge Q\vec{v})_{ent}]$$

$$M_z = \rho[1,8 \cdot q \cdot v_1 - 0,6 \cdot q \cdot v_2 - 0] = 10^3 \cdot [1,8 \cdot 0,009 \cdot 23,68 - 0,6 \cdot 0,009 \cdot 23,68]$$

$$M_z = 255,7 \text{ Nm}$$

El momento producido por el agua en la unión será:



**3.12.** Una tubería de 60 cm de diámetro que transporta 900 l/s de un aceite de peso específico relativo 0,85 tiene un codo de 90° en un plano horizontal. La pérdida de carga en el codo es de 1,10 mc de aceite y la presión a la entrada es de 3 kg/cm<sup>2</sup>. Se pide:

a) Fuerza resultante ejercida por el aceite sobre el codo.

r) 119,8 kN

**3.13.** Un aceite de peso específico relativo 0,75 fluye por un codo convergente de 120° colocado en posición horizontal. El diámetro aguas abajo es de 600 mm y la presión de 0,8 kg/cm<sup>2</sup>. El diámetro aguas arriba es de 750 mm y el caudal de 100 m<sup>3</sup>/mn. Despreciando las pérdidas de energía debidas al codo, se pide:

a) Componentes de la fuerza (paralela y normal a la velocidad de aguas abajo) que soporta el codo.

**Nota:** Se despreciarán las energías de posición.

r) 37 kN; 8,16 kN

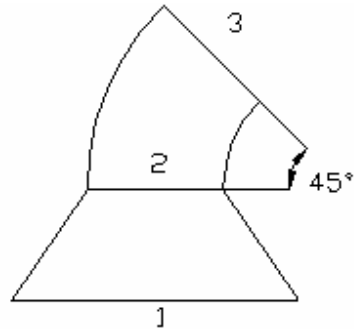
**3.14.** La boquilla de una manguera de incendios tiene 3 cm de diámetro interior, y está acoplada a un tubo cilíndrico de 8 cm de diámetro, igualmente interior. Cuando la boquilla se abre, la manguera proporciona un caudal de 40 l/s. Se pide:

a) Carga en la boquilla.

b) Resultante de las fuerzas que el acoplamiento de la boquilla con el tubo debe resistir cuando la boquilla está abierta, y cuando está cerrada.

r) 163,4 mca; -5,95 kN y 8,05 kN

**3.15.** En una instalación de una tubería ha sido necesario colocar en un plano vertical un cono de reducción y un codo de 45°. La presión en el punto anterior al comienzo de la reducción es de 2 kg/cm<sup>2</sup>. Se pide:



**Figura 3.15.**

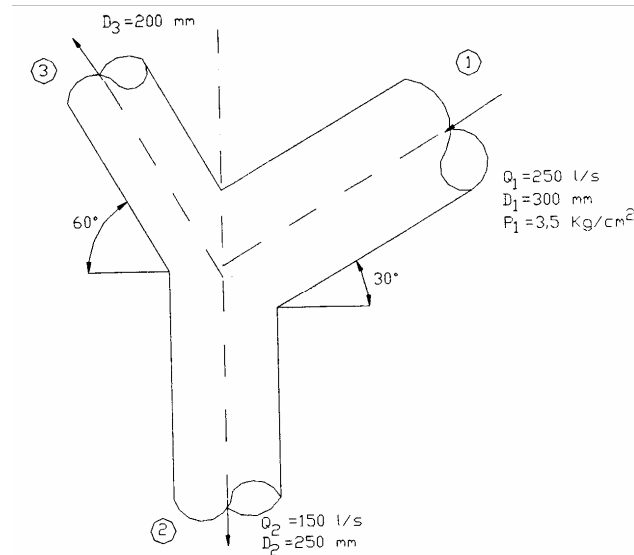
- Componentes en la dirección vertical y horizontal, y la resultante de la fuerza que comunica el agua al conjunto.

**Datos:** Caudal conducido = 20 l/s.  $D_1 = 200$  mm,  $D_2 = D_3 = 100$  mm ;  $z_2 - z_1 = 0,50$  m,  $z_3 - z_1 = 1,0$  m.

**Nota:** Téngase en cuenta el peso y las energías cinéticas.

r) 4,98 kN y 1,06 kN; 5,09 kN

**3.16.** Se tiene la pieza en Y, representada en la figura, en posición vertical por la que circula agua. Se pide:



**Figura 3.16.**

a) Esfuerzos en dirección vertical y horizontal a que está sometida.

b) Resultante de la fuerza en módulo, dirección y sentido.

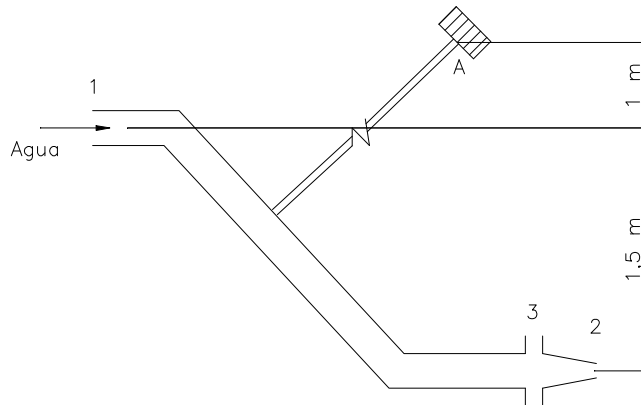
**Nota:** Despréciense la gravedad, pérdidas de carga y energías de posición.

r) 16,2 y 4,8 kN; 16,9 kN y 16,6°

**3.17.** Una conducción de 200 mm de diámetro concluye con dos codos de 45° y una boquilla de 50 mm de diámetro, con salida a la atmósfera.

Si la presión antes del primer codo fuese de 200 kPa, despreciando las pérdidas de carga y el peso del fluido, se desea conocer lo siguiente:

- a) Esfuerzo producido en la brida de unión entre la boquilla y la tubería.
- b) Esfuerzo producido por el líquido sobre el conjunto.

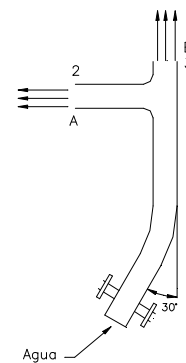


**Figura 3.17.**

r) 5948,5 N; 5487 N;

**3.18.** En la figura adjunta se muestra una tobera doble que proporciona un caudal conjunto de 0,5 m<sup>3</sup>/s, siendo los diámetros respectivos de 30, 12 y 10 cm. Se pide:

- a) Fuerza de tracción producida en el conjunto de los pernos de unión entre la tobera y la tubería a la que se encuentra unida.
- b) Esfuerzo cortante en el conjunto de dichos pernos.



**Figura 3.18.**

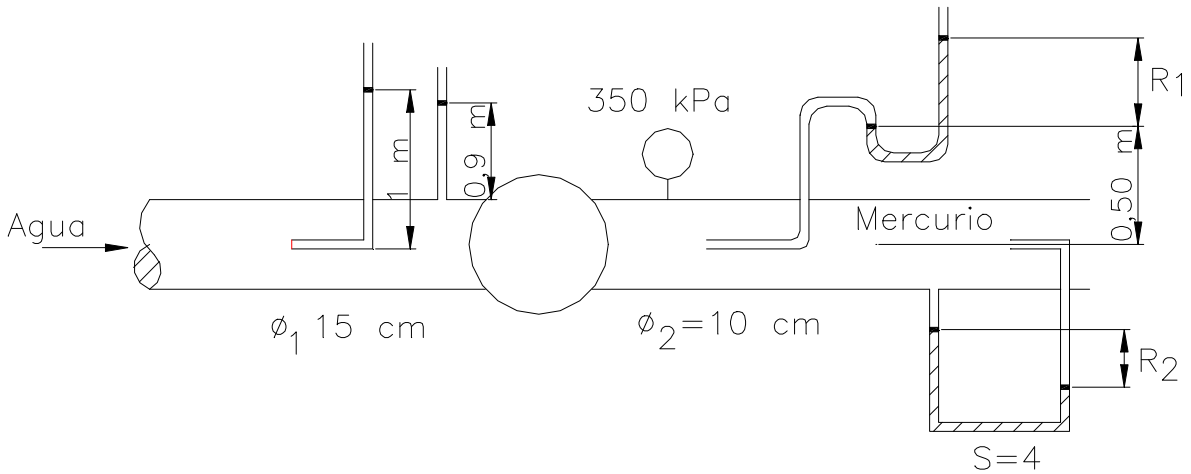
r) 24,97 kN; 9,3 KN

## **TEMA 4**

### **APARATOS DE MEDIDA Y AFORO DE FLUJOS**



**4.1.-** Se tiene la tubería de ensayo de la figura donde se ha dispuesto un Pitot, un piezómetro abierto, una bomba o turbina; un manómetro aneroide; un tubo estático y, por último, una combinación de Pitot y piezómetro. Con los datos reseñados en la figura, se pide:

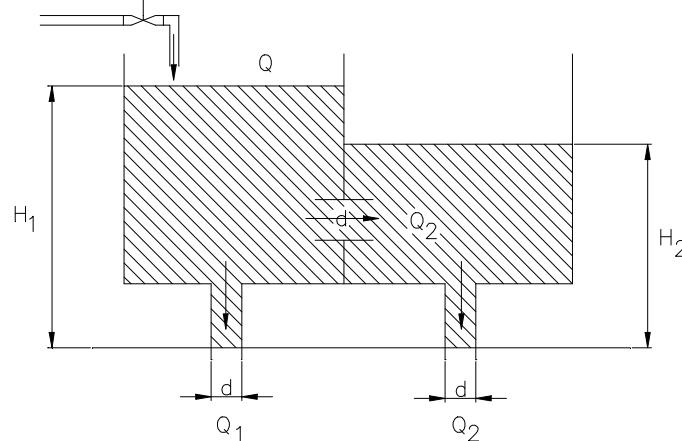


**Figura 4.1.**

- a) Velocidades del flujo en las tuberías 1 y 2.
- b) Caudal fluyente.
- c) Energía absorbida o cedida por el líquido.
- d) Valor de  $R_1$ .
- e) Valor de  $R_2$ .
- r) 0,7 y 1,575 m/s; 12,4 l/s; 4,23 kW; 2,60 m; 4,22 cm.

**4.2.-** En el sistema de la figura, donde se obtiene régimen permanente, se pide:

- a) Cotas de  $H_1$  y  $H_2$ .
- b) Valores de  $Q_1$  y  $Q_2$ .

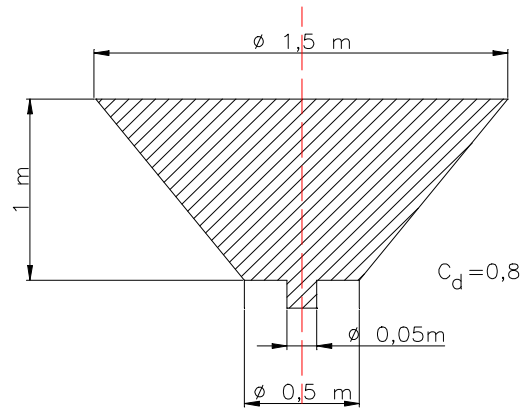


**Figura 4.2.**

**Datos:**  $d = 10 \text{ cm}$ ;  $Q = 80 \text{ l/s}$ ; coeficiente de gasto de los orificios verticales =  $0,82$ ; idem del horizontal =  $0,6$ .

r)  $3,1$  y  $1,085 \text{ m}$ ;  $0,0502$  y  $0,0298 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**4.3.-** El tronco de cono de la figura tiene un orificio en el fondo de  $5 \text{ cm}$  de diámetro.



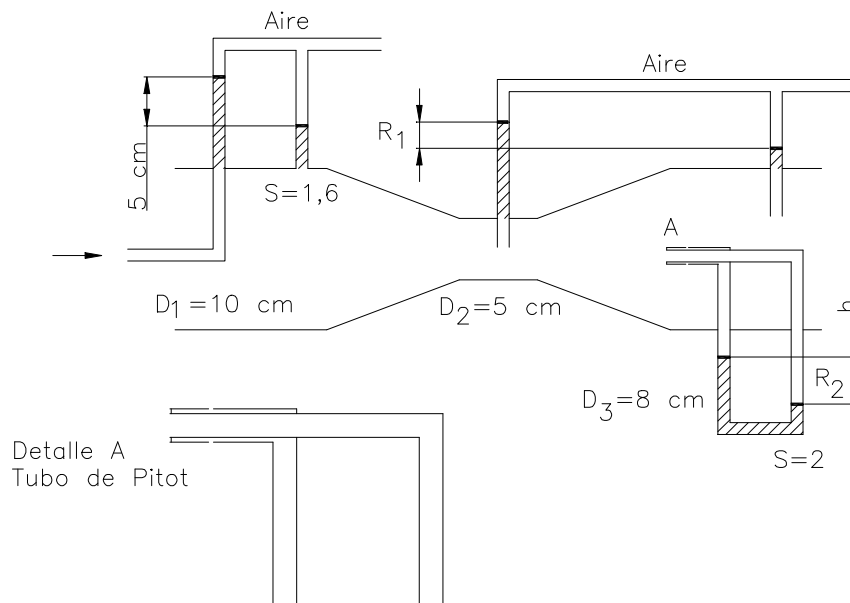
**Figura 4.3.**

Se pide:

a) Tiempo que tardará la superficie libre en descender  $0,5 \text{ m}$ .

r)  $103 \text{ s}$ .

**4.4.** En el sistema esquematizado en la figura, despreciando las pérdidas, se pide:



**Figura 4.4.**

- a) Caudal circulante.
- b) Valores de  $R_1$  y  $R_2$ .
- c) Razonar si son correctas las posiciones relativas de los meniscos tal como están dibujados.

r) 7,78 l/s; 0,67 y 0,492 m; mal y bien.

**4.5.** Un líquido de densidad relativa 0,8 fluye hacia arriba a través de un Venturi acoplado a una tubería de 300 mm de diámetro y de 150 mm de garganta, siendo su coeficiente 0,98. La diferencia de niveles en el manómetro es de 1,16 m, cuyo líquido manométrico tiene un peso específico relativo de 1,25. Se pide:

- a) Caudal circulante.
- b) Altura que alcanzaría el líquido en un piezómetro abierto dispuesto en la garganta.

**Dato:** Presión a la entrada del Venturi = 10 mca.

r) 64 l/s; 11,84 m.

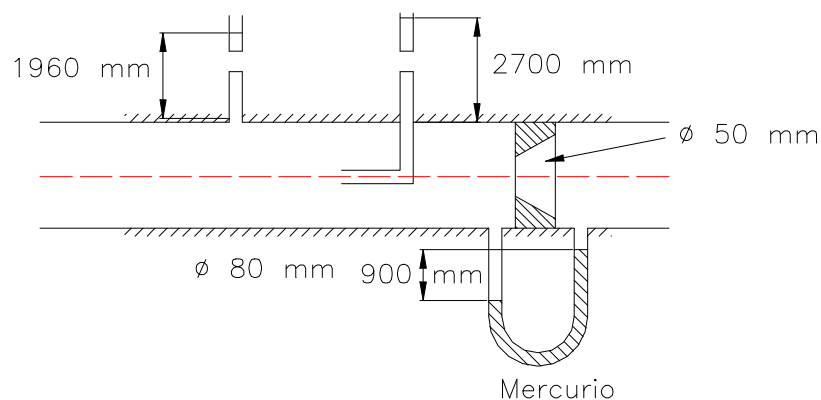
**4.6.** Una tobera VDI de 76 mm de diámetro se utiliza para medir caudales de agua a 20°C en unas conducciones de 200 mm de diámetro. Si el caudal fluyente es de 760 l/mn, se pide:

- a) Lectura del manómetro diferencial.

**Dato:** Peso específico relativo del líquido manométrico = 2,96.

r) 0,202 m.

**4.7.** Un diafragma de 50 mm de diámetro sirve para medir el caudal de agua que circula por una tubería horizontal de 80 mm de diámetro. Se desea calibrar el diafragma mediante un piezómetro abierto, un Pitot y un manómetro diferencial de mercurio.



**Figura 4.7.**

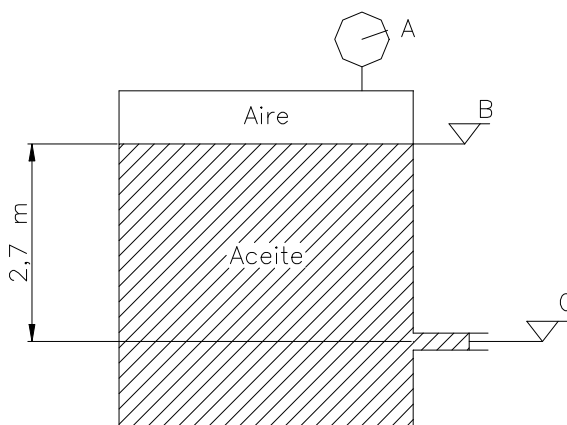
Para un valor del flujo determinado las lecturas son las siguientes: Piezómetro - 1.960 mm; Pitot - 2.700 mm; manómetro - 900 mm. Se pide:

- Coefficiente de gasto del diafragma en tales condiciones.
- Número de Reynolds.

**Dato:** Viscosidad del agua = 1 cSt.

r) 0,65; 304.800.

**4.8.** A través de un orificio de 7,5 cm de diámetro cuyos coeficientes de velocidad y contracción valen 0,95 y 0,65 respectivamente, fluye aceite de 0,72 de densidad relativa. Se pide:



**Figura 4.8.**

a) Lectura del manómetro A, si la potencia del chorro es de 5,88 kW.

b) Altura en el Pitot si éste fuese colocado a la salida del chorro.

c) Tiempo que tardará en descender la lámina superior 1 m, si se mantiene constante la presión del aire y es equivalente a la calculada en a).

**Dato:** Sección transversal del depósito = 2 m<sup>2</sup>.

r) 0,108 MPa; 16,25 m; 39,58 s.

**4.9.** El agua evacuada a través de un orificio de 15 cm de diámetro ( $C_d = 0,6$ ), bajo una altura de carga de 3 m, pasa a un canal rectangular y por un vertedero con contracciones. El canal tiene 1,8 m de ancho y el vertedero 0,3 m siendo 1,50 m la altura de su umbral sobre la solera del canal. Determinar la profundidad del agua sobre la solera del canal en m.

r) 1,607 m

**4.10.** Un vertedero horizontal en un canal, cuya anchura es de 4 m, tiene una altura sobre la solera del canal  $H = 1,2$  m. La profundidad aguas arriba es de 1,6 m. Estímese el caudal si el vertedero fuera:

- De pared delgada.
- De pared gruesa

r) 1,79 m<sup>3</sup>/s; 1,69 m<sup>3</sup>/s.

**4.11.** Un vertedero triangular con ángulo  $\alpha = 90^\circ$  tiene hasta el vértice una altura  $H=1,2$  m. La profundidad del flujo aguas arriba es de 1,6 m. Calcúlese el caudal.

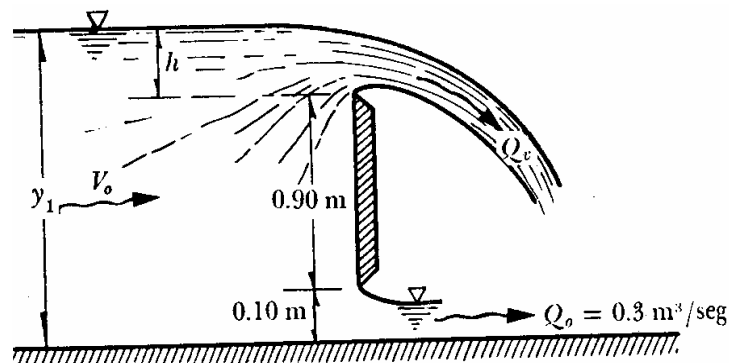
r)  $0,143 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**4.12.** En un vertedero en V con ángulo  $\alpha = 60^\circ$  colocado en un canal, la medida de la altura de carga resulto ser de 16,5 cm. El caudal de agua bombeado al canal se midió por medio de un orificio o diafragma VDI, de 55 mm de diámetro colocado en una tubería de 99 mm, resultando una diferencia de meniscos en el manómetro diferencial de mercurio aplicado a dicho orificio de 11,4 cm.

Calcular el coeficiente de gasto del vertedero ( factor de corrección del caudal teórico).

r) 0,53.

**4.13.** Sobre una placa, situada en un canal, con las dimensiones de la figura, se produce un vertido superior y una descarga de fondo. La anchura de la placa es de 1 m e igual a la del canal .



**Figura 4.13.**

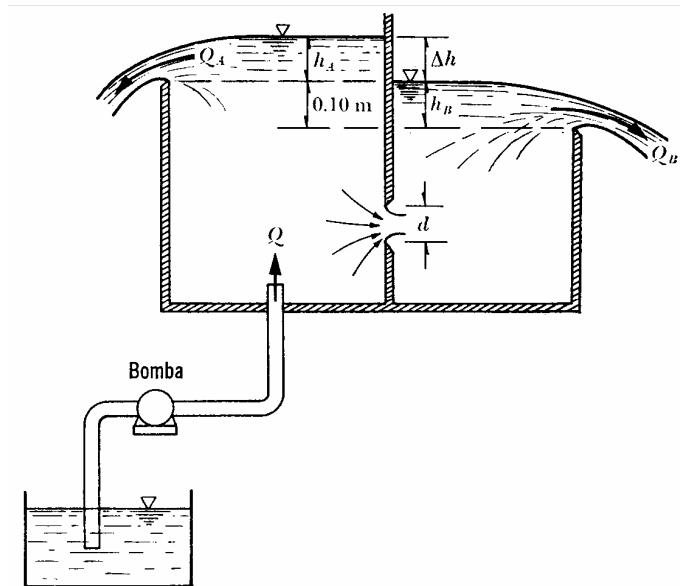
Se pide calcular el caudal que fluye sobre el vertedero:  $Q_v$  si el de la descarga de fondo es  $Q_0 = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ , suponiendo que en ambos casos la descarga es libre. Comprobar si se cumplen las condiciones de energía cinética en el canal despreciable.

**Dato:** Coeficiente  $C_d$  de descarga de fondo 0,595.

r)  $0,29 \text{ m}^3/\text{s}$ . ;  $E_c = 0,01 \text{ mca}$  (despreciable).

**4.14.** En la instalación de la figura la longitud de la cresta o umbral de ambos vertederos es de  $b= 1,30$  m, determinar las condiciones de funcionamiento, suponiendo flujo permanente para los siguientes casos:

- a) Si el diámetro del orificio es  $d = 0,50$  m y su coeficiente de gasto  $C_d = 0,6$ , siendo la altura sobre el vertedero B:  $h_B = 0,25$  m. Calcular los caudales a través de los dos vertederos A y B, el caudal a través del orificio y el caudal que aporta la bomba.
- b) Conocidos  $Q_A = 0,900$  m<sup>3</sup>/s y  $Q_B = 0,100$  m<sup>3</sup>/s, calcular el diámetro del orificio.



**Figura 4.14.**

- r)  $0,705$ , m<sup>3</sup>/s,  $0,2875$  m<sup>3</sup>/s,  $0,2875$  m<sup>3</sup>/s,  $0,9925$  m<sup>3</sup>/s. ;  $0,25$



## **TEMA 5**

# **ANÁLISIS DIMENSIONAL Y TEORÍA DE MODELOS**



**5.1.** La fuerza axial de una hélice, completamente sumergida en agua, se ha visto que depende de :  $D$  (diámetro de la hélice),  $V$  (velocidad de desplazamiento),  $\rho$  (densidad del fluido),  $N$  (Velocidad de rotación),  $g$  (aceleración de la gravedad) y  $\mu$  (viscosidad dinámica del fluido).

- a) Calcular los parámetros  $\pi$  adimensionales, eligiendo como variables repetidas, las indicadas en los primeros lugares, siempre que sea posible.

### Resolución

Como se indica en el enunciado se sabe por la experiencia que la fuerza axial  $F$  de una hélice depende de una serie de variables , es decir:

$$F = f ( D, V, \rho, N, g, \mu )$$

Intervienen en el proceso 7 variables de las cuales 6 son independientes.

Las entidades o variables físicas fundamentales son 3 : M, L, T.

Por tanto el número de parámetros adimensionales es :  $7-3 = 4$ .

Lo fundamental primeramente es establecer la ecuación de dimensiones correcta de cada variable del proceso:

	<b>F</b>	<b>D</b>	<b>V</b>	<b><math>\rho</math></b>	<b>N</b>	<b>g</b>	<b><math>\mu</math></b>
<b>M</b>	1	-	-	1	-	-	1
<b>L</b>	1	1	1	-3	-	1	-1
<b>T</b>	-2	-	-1	-	-1	-2	-1

Las variables repetidas para obtener los parámetros son:  $D, V, \rho$ . Con todo definido, se calculará los parámetros  $\pi$

$$\begin{aligned}\pi_1 &= F \cdot D^\alpha \cdot V^\beta \cdot \rho^\gamma = M^0 L^0 T^0 \\ \pi_2 &= N \cdot D^{\alpha'} \cdot V^{\beta'} \cdot \rho^{\gamma'} = M^0 L^0 T^0 \\ \pi_3 &= g \cdot D^{\alpha''} \cdot V^{\beta''} \cdot \rho^{\gamma''} = M^0 L^0 T^0 \\ \pi_4 &= \mu \cdot D^{\alpha'''} \cdot V^{\beta'''} \cdot \rho^{\gamma'''} = M^0 L^0 T^0\end{aligned}$$

Sustituyendo las variables por su ecuación de dimensiones:

$$\pi_1 = M L T^{-2} L^\alpha L^\beta T^{-\beta} M^\gamma L^{-3\gamma} = M^0 L^0 T^0$$

Estableciendo y resolviendo las ecuaciones de igualdad de exponentes :

$$\begin{aligned}\text{En M :} & \quad 1 + \gamma = 0 & \rightarrow & \quad \gamma = -1 \\ \text{en L :} & \quad 1 + \alpha + \beta - 3\gamma = 0 & \rightarrow & \quad \alpha = -3 + 2 - 1 = -2 \\ \text{en T :} & \quad -2 - \beta = 0 & \rightarrow & \quad \beta = -2\end{aligned}$$

$$\text{Sustituyendo: } \pi_1 = F \cdot D^{-2} \cdot V^{-2} \cdot \rho^{-1} = F / D^2 V^2 \rho$$

De la misma forma se resuelven los restantes parámetros, resultando:

$$\pi_2 = N D / V$$

$$\pi_3 = g D / V^2, \text{ el inverso elevado a } 1/2 : \text{N}^\circ \text{ Froude} = F_r = V / (gD)^{1/2}$$

$$\pi_4 = \mu / \rho V D, \text{ tomando el inverso : n}^\circ \text{ Reynolds} = R_e = \rho V D / \mu$$

De la función inicial con las variables físicas, se pasa a una función con parámetros adimensionales:

$$F / D^2 V^2 \rho = \varphi ( N D / V, F_r, R_e )$$

**5.2.** Se desea estudiar una presa mediante un modelo a escala 1:49, en donde se mide la velocidad del agua (modelo) y resulta ser 0,4 m/s. El caudal máximo desaguado (prototipo) por la presa es de 500 m<sup>3</sup>/s,. En el modelo se midió la fuerza ejercida sobre la presa resultando ser de 2,5 kg. Se pide calcular:

- Escalas de velocidades, caudales y fuerzas en función de la escala de longitud  $\lambda$ .
- Caudal que tiene que circular en el modelo en l/s.
- Velocidad del agua en la presa en m/s
- Fuerza ejercida sobre la presa en N.
- ¿Qué condiciones tiene que satisfacer el fluido para que la semejanza sea completa?.

### Resolución

Estamos en un caso de flujo en superficie libre, para que se verifique la semejanza completa es necesario además de la semejanza geométrica, la igualdad de números de Reynolds y de números de Froude.

Como ya se han impuesto la escala geométrica, el fluido a utilizar (agua en modelo y prototipo), y se trabaja en el campo gravitatorio terrestre, hay que recurrir a la semejanza restringida (como luego se verá) es decir la igualdad de números de Froude, además de la semejanza geométrica, ya que es un caso de **flujo en superficie libre**

Datos:

<u>Modelo(´)</u>	<u>Prototipo</u>
$\lambda = L'/L = 1/49$	L
$V' = 0,4 \text{ m/s}$	V ?
Q' ?	Q=500 m <sup>3</sup> /s
F' = 2,5 kg	F ?

$$\text{a) } N^{\circ} \text{ Froude : } V^2/gD = V'^2/gD' \quad \rightarrow \quad V'/V = (D'/D)^{1/2} = \lambda^{1/2}$$

$$Q'/Q = (V'/V).(D'/D)^2 = \lambda^{1/2} . \lambda^2 = \lambda^{5/2}$$

$$F'/F = (\rho V'^2 D'^2) / (\rho V^2 D^2) = (V'/V)^2 . (D'/D)^2 = \lambda . \lambda^2 = \lambda^3$$

$$\text{b) } Q' = Q . \lambda^{5/2} = 500 (1/49)^{5/2} = \mathbf{0,02975 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$\text{c) } V = V' / \lambda^{1/2} = 0,4 . 7 = \mathbf{2,8 \text{ m/s}}$$

$$\text{d) } F = F' / \lambda^3 = 2,5 . 49^3 = \mathbf{294.122,5 \text{ kg}}$$

e) Para que la semejanza sea completa, se tiene que verificar, además de la semejanza geométrica, la igualdad de números de Froude y Reynolds, como ya se ha indicado antes. Es decir falta la igualdad de Números de Reynolds:

$$R_e = VD/\nu = V'D'/\nu' \quad \rightarrow \quad \nu/\nu' = (V/V').(D/D') = \lambda^{-1/2} . \lambda^{-1} = \lambda^{-3/2}$$

$$\nu/\nu' = 49^{3/2} = 343$$

Es decir para que se verifique la semejanza completa, la relación de viscosidades cinemáticas del fluido de la presa (agua) y del utilizado en los ensayos en el modelo tendría que ser :

$$\nu/\nu' = 343$$

$$\nu'(\text{modelo}) = \nu(\text{agua})/ 343$$

**5.3.** La resistencia F al avance y el comportamiento de un cuerpo flotante depende de las siguientes variables: gravedad g, longitud característica L, densidad del fluido  $\rho$ , viscosidad dinámica del mismo  $\mu$  y velocidad V.

- Deducir los parámetros  $\pi$  adimensionales que intervienen en el fenómeno y la ley adimensional de dicho fenómeno.
- Se quiere hacer un ensayo con un modelo a escala  $1/4$ , de un prototipo que se prevee que pesará 1000 kg y navegará en agua dulce a 20 °C con una velocidad de 20 km/h. ¿ Cómo podrá realizarse el ensayo ?. ¿ Qué fluido se empleará ?. ¿Cuál debe ser el peso del modelo ?.
- Si la resistencia media en el modelo es de 50 kg y la potencia que consume de 2,66 CV; Determinar la resistencia al avance y el rendimiento del prototipo.

**Nota :** Variables repetidas:  $\rho$ , L, V.

Resolución

a) Tal como se indica en el enunciado del problema :  $F = f( g, L, \rho, \mu, V )$

nº de variables = 6 ..... nº de parámetros = 3

Variables repetidas:  $\rho$ , L, V.

	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>L</b>	<b><math>\rho</math></b>	<b><math>\mu</math></b>	<b>V</b>
<b>M</b>	1	-	-	1	1	-
<b>L</b>	1	1	1	-3	-1	1
<b>T</b>	-2	-2	-	-	-1	-1

Los parámetros que se obtienen son:

$$\pi_1 = F/(\rho V^2 L^2) \quad ; \quad \pi_2 = gL / V^2 \quad ; \quad \pi_3 = \mu / (VL\rho)$$

$$\pi_2 \equiv \text{nº Froude} \quad ; \quad \pi_3 \equiv \text{nº Reynolds}$$

Ley adimensional :  $F/(\rho V^2 L^2) = f( F_r , Re) \rightarrow F = (\rho V^2 L^2) f( F_r , Re)$

b)

<u>Modelo(')</u>	<u>Prototipo</u>
$\lambda = 1/4 = L'/L$	
Peso ?	Peso = 1000 kg
Fluido ?	Agua ( $\nu = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ )
$V'$	$V = 20 \text{ km/h}$
Resistencia = 50 kg	R ?
Potencia = 2,66 CV	P' ?
$\eta$	$\eta$

Para semejanza absoluta se tendrá que verificar la igualdad de números de Froude y Reynolds como indica la ley adimensional

$$Fr = V'^2 / gL' = V^2 / gL \quad \rightarrow \quad V'/V = (L'/L)^{1/2} = \lambda^{1/2} = 1/2$$

$$Re = V'L'/\nu' = VL/\nu \quad \rightarrow \quad \nu' = \nu (V'/V) (L'/L) = \nu \cdot \lambda^{1/2} \cdot \lambda = \lambda^{3/2}$$

$$V' = V/2 = 10 \text{ km/h} = 10 \cdot 1000 / 3600 = 2,78 \text{ m/s}$$

$\nu' = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \cdot (1/4)^{3/2} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  → mirando en ábaco de viscosidades cinemáticas en función de la temperatura corresponde a: **Mercurio a 25 °C.**

Como:  $F/(\rho V^2 L^2) = F'/(\rho' V'^2 L'^2) \rightarrow \text{Peso}' = P \cdot (\rho'/\rho) \cdot (V'/V)^2 \cdot (L'/L)^2$   
 $\text{Peso}' = P \cdot (\rho'/\rho) \cdot \lambda^3$  ; tomando  $S_{Hg} = 13,6$  y  $S_{agua} = 1$

$$\text{Peso}' = 1000 \cdot 13,6 \cdot (1/4)^3 = \mathbf{212,5 \text{ kg}}$$

$$\text{Resistencia} = R' \cdot (\rho / \rho') \cdot (1/\lambda)^3 = 50 \cdot (1/13,6) \cdot 4^3 = \mathbf{235,3 \text{ kg}}$$

$$\eta = \text{Potencia utilizada} / \text{Potencia consumida}$$

$$\text{Potencia utilizada} = \text{resistencia} \cdot \text{velocidad de desplazamiento} = R \cdot V$$

$$\text{Potencia consumida} = 2,66 \text{ CV} = 2,66 \cdot 75 \text{ kg.m/s}$$

$$\eta = (50 \cdot 2,78 \text{ kg.m/s}) / (2,66 \cdot 75 \text{ kg.m/s}) = 0,6967 \rightarrow \mathbf{\eta = 69,67 \%}$$

El rendimiento es adimensional por tanto es el mismo en modelo y prototipo, cuando hay semejanza.

**5.4.** Para la elaboración de modelos, de las siguientes situaciones de flujo, establezca para cada una de ellas –si son importantes- las leyes de semejanza de Reynolds, Froude, Mach o una combinación de éstas.

- a) Flujo en el modelo de un vertedero en un río.
  - b) El movimiento del sedimento en un río.
  - c) Depósito de sedimentos en una presa.
  - d) Erosión de las playas.
  - e) Flujo de un gas –a gran velocidad- en un conducto.
  - f) La resistencia al movimiento de un barco en el mar
- r) Froude, Reynolds y Froude, Reynolds, Reynolds y Froude, Mach, Froude.

**5.5.** Para estudiar las características de una hélice de 4 m de diámetro, girando a 100 rpm, se realiza una maqueta semejante geoméricamente de 0,50 m de diámetro. En estas condiciones, despreciando la gravedad, se sabe que la fuerza de propulsión de la hélice puede escribirse bajo la forma:

$$R = \rho V^2 D^2 f\left(\frac{VD}{\nu}, \frac{V}{ND}\right)$$

Teniendo la notación del problema 1, se pide:

- a) Demostrar que si la maqueta se mueve en el mismo fluido que el prototipo, la semejanza dinámica completa es imposible.
- b) Despreciando la viscosidad, si se hace girar la maqueta a 360 rpm, la fuerza de propulsión es de 23 kg, el par aplicado 2,27 mkg y  $V = 9 \text{ km/h}$ . Determinar estos valores en el prototipo, así como el rendimiento.

$$\text{r)} \quad \left( \frac{N_m}{N_p} \right) = \left( \frac{1}{\lambda^2} \right); \quad N_m \text{ demasiado elevada}; \quad V_p = 20 \text{ km/h};$$

$$F_p = 7269,13 \text{ kg}; \quad 5739,45 \text{ m.kg}; \quad 67,19 \text{ \%}.$$

**5.6.** Se dispone de un canal que denominamos prototipo, que funciona con un líquido cuya viscosidad cinemática es  $4,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . Se desea experimentar con un modelo reducido a escala 1/5, deseándose conocer la viscosidad del líquido que deberá emplearse para que haya homología, así como la relación de velocidades y caudales entre el prototipo y modelo para que exista homología.

$$\text{r)} \quad 4,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \left( \frac{V_p}{V_m} \right) = 2,24; \quad \left( \frac{Q_p}{Q_m} \right) = 56.$$

**5.7.** Al acelerar el agua desde el reposo hasta una velocidad determinada, la presión descende, hasta el punto de poder producirse la cavitación. Esto ocurre, por ejemplo, en la región de bajas presiones asociadas a los torbellinos de punta de pala en una hélice de barco.

Por esta razón cuando un torpedo se mueve 8 m por debajo de la superficie del agua del mar con una velocidad de 21 m/s, analizando el flujo relativo de agua respecto al torpedo se produce un descenso de presión que produce cavitación ( $P_v = 2400 \text{ Pa}$  (absoluta)), ( $P$  atmosférica = 101 kPa), ( $\rho_{\text{agua}} = 1025 \text{ kg/m}^3$ ).

Recordando que el estudio de un fenómeno en la investigación experimental en mecánica de fluidos está definida por la expresión  $Eu = f(Fr, Re, M)$  y que el  $N^\circ$  de Euler,  $Eu = \Delta P / \rho v^2$ , hallar:

- Si los efectos de viscosidad, gravedad y compresibilidad son despreciables, ¿a qué velocidad se producirá cavitación cuando se mueva a 20 m de profundidad?
- Si se quiere tener en cuenta los efectos de viscosidad, ¿a qué escala se debería construir el modelo del torpedo que moviéndose a 20 m de profundidad, se dinámicamente semejante al prototipo que se mueve a 8 m?
- Con este modelo, ¿se puede asegurar la semejanza absoluta?

$$\text{r)} \quad 27,17 \text{ m/s}; \quad \lambda = \left( \frac{L_p}{L_m} \right) \approx 1,3; \quad \text{Como flujo en carga si, teniendo en}$$

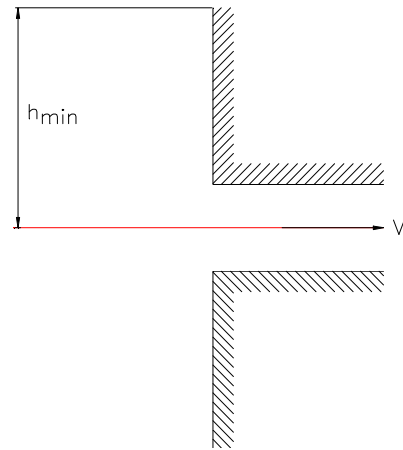
cuenta el  $n^\circ$  de Froude no.

**5.8.** Por medio de un modelo experimental, se desea establecer la profundidad mínima ( $h_{\min}$ ) a la que debe colocarse el tubo de succión de una bomba (a partir de la superficie libre del líquido) en el depósito para que no se produzcan remolinos a la entrada y no exista succión del aire. El líquido que se bombea es petróleo ( $\nu_p = 0,75 \text{ St}$ ), con un

gasto  $Q_p=140$  l/s; el diámetro de la tubería de succión es  $D_p=250$  mm. La prueba se desea efectuar con un modelo de semejanza geométrica a escala 1/5.

Se sabe que la altura mínima depende del peso específico del líquido ( $\gamma$ ), de la velocidad de la tubería ( $v$ ), de la densidad ( $\rho$ ), de la viscosidad dinámica del líquido ( $\mu$ ) y de la longitud característica de la tubería ( $D$ ). Se pide:

- Calcular los parámetros  $\pi$  adimensionales que intervienen en el proceso y la expresión que determina la altura mínima.
- Viscosidad cinemática y caudal del líquido que debe ser utilizado en el modelo para que se verifique la semejanza completa.
- Profundidad mínima a la que dejan de formarse remolinos en el prototipo en relación con los valores correspondientes que se medirán en el modelo.



$$r) \quad h/D; \quad \gamma D / V^2 \rho, \quad \mu / DV \rho;$$

$$h_{min} = D \cdot f(\text{Re}, Fr); \quad 6,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/s; \quad Q = 2,5 \text{ l/s}; \quad (h_{min})_p / (h_{min})_m = 5$$

**5.9.** El flujo volumétrico o caudal de un río es de  $1430 \text{ m}^3/\text{s}$ . Se ha construido un modelo a escala horizontal 1:70 y a escala vertical 1:20. Determinar el caudal con que debe alimentarse el modelo.

$$r) \quad 228,5 \text{ l/s}$$

**5.10.** Determinar la fuerza que el oleaje produce sobre un muro, si se ha encontrado que la misma sobre un modelo de  $0,92$  m de longitud, construido a escala 1:36, es de  $12,25$  kg.

$$r) \quad 621 \text{ ton/m}$$

**5.11.** Un modelo de mareas en un estuario está construido a escala 1:3600 de la horizontal y 1: 81 de la vertical. Determinar el período de la marea, en el modelo, si en el prototipo es de  $12,4$  horas.

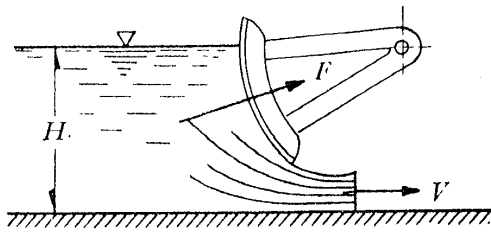
$$r) \quad 1,38 \text{ horas}$$

**5.12.** Un flujo de querosina ( $\nu = 0,045$  stokes) a través de un orificio de diámetro  $d = 75$  mm, se estudia con un modelo de agua ( $\nu_m = 0,01$  stokes) en el cual se conserva la semejanza de viscosidad y gravedad. Determinar:

- a) El diámetro del orificio  $d_m$  para el modelo.
- b) La relación que deben guardar la carga ( altura de la lamina de líquido sobre el orificio) del prototipo  $h_p$  y del modelo  $h_m$ .
- c) La relación entre el caudal del prototipo  $Q_p$  y del modelo  $Q_m$ .

r) 27,52 mm ; 2,726 ; 12,269

**5.13.** El flujo de agua por debajo de una compuerta radial se estudia en un modelo a escala 1:10. Determinar:

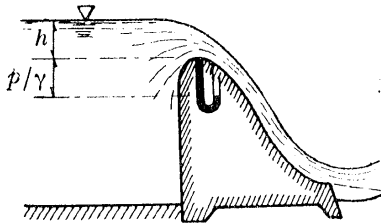


- a) La carga  $H_m$  que se debe tener en el modelo si en el prototipo  $H_p = 4$  m.
- b) El caudal  $Q_p$  y la velocidad  $V_p$  en la sección contraída para la compuerta del prototipo, si durante la prueba se obtuvo  $Q_m = 155$  l/s y  $V_m = 1,3$  m/s.
- c) La fuerza dinámica  $F_p$  que produce el flujo sobre el prototipo, si en el modelo se midió  $F_m = 5,5$  kg.

*El modelo se llevó a cabo según la ley de semejanza de Froude.*

r) 0,4 m ;  $49 \text{ m}^3/\text{s}$  , 4,1 m/s ; 5500 kg.

**5.14.** Un vertedero en pared gruesa se investiga en el laboratorio con un modelo, geoméricamente semejante, construido a escala 1:20. Determinar:



- a) La carga necesaria en el vertedero modelo ( $h_m$ ) si en el prototipo es de 3m.
- b) El caudal en el prototipo, si en el modelo es  $0,19 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- c) La carga de presión sobre el vertedero prototipo, si en el modelo se obtuvo una presión de vacío de 200 mm de columna de agua.

En vista del poco efecto de la viscosidad, el modelo se probó de acuerdo con la ley de Froude.

r) 0,15 m ;  $339,9 \text{ m}^3/\text{s}$  ; - 4 m de columna de agua

**5.15.** Se desea estudiar la caída de presión de un fluido ( $\nu = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ) a lo largo de un canal de sección semicircular de diámetro  $D$ . Se sabe que dicha caída depende de las siguientes variables: densidad del fluido circulante  $\rho$ ; velocidad media del flujo  $V$ ; longitud del canal  $L$ ; rugosidad de las paredes del canal  $\epsilon$ ; diámetro del canal  $D$ ; gravedad  $g$ ; viscosidad absoluta del fluido  $\mu$  y calado  $h$ .



$$\Delta p = f(\rho, V, L, \varepsilon, D, g, \mu, h)$$

Aplicando el análisis dimensional:

- ¿Cuántos parámetros adimensionales intervienen en el fenómeno?
- Obtener dichos parámetros. **Variables repetidas:  $\rho$ ,  $D$  y  $V$**
- Determinar la viscosidad cinemática del fluido a utilizar en el ensayo del modelo para obtener la semejanza absoluta. **Dato:**  $\lambda = D_{\text{prototipo}}/D_{\text{modelo}} = 10$

**Razónese todo lo que se haga**

$$r) 6; \Delta P/\rho V^2; L/D; \varepsilon/D; gD/V^2; \mu/\rho VD; h/D; 1,486 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

**5.16.** Un pilar o columna rectangular de un puente sobre un río tiene un espesor de 1,20 m y 3,65 m de ancho, para una altura media en el río de 2,75 m. Un modelo a escala 1 / 16 se ha probado con una velocidad de 0,76 m/s, obteniéndose una fuerza, que actúa sobre el pilar de 0,409 kg. Se pide:

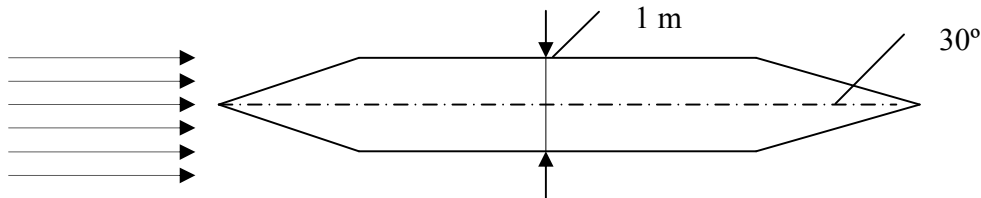
- Determinar los valores correspondientes a la velocidad y fuerza en el prototipo.
- En el modelo se observó una onda estacionaria de 4,9 cm de altura al frente del pilar y se desea conocer la altura que tendrá en el prototipo.
- De acuerdo con la definición de coeficiente de arrastre :  $C_R = F_R / A \cdot \rho \cdot V^2 / 2$ , determinar dicho coeficiente en el pilar en el modelo y el prototipo.
- ¿Se verifica la semejanza u homología total?. Razona la contestación.

r) 3,04 m/s, 16.417,6 N ; 78,4 cm ; 1,076 , 1,076 ; no, ya que no se verifica la igualdad del nº de Reynolds.

## **TEMA 6**

# **RESISTENCIA Y SUSTENTACIÓN SOBRE CUERPOS SUMERGIDOS**

**6.1.-** Un puente sobre un río se apoya en pilares de 1 m de anchura terminando en un tajamar de  $30^\circ$ . Si la velocidad del agua es de 4 m/s y la altura de su lámina 3 m, se pide calcular el esfuerzo en N a que está sometido cada apoyo.



r) 24.000

**6.2.-** Un viento de velocidad de 80 km/h choca contra un cartel anunciador de 2,0 por 2,5 m incidiendo normalmente a su superficie. Para una presión barométrica normal (1 atmósfera) y  $20^\circ\text{C}$  de temperatura ¿Cuál es la fuerza que actúa contra la señal?

**Dato**  $C_R = 1,2$

r) 1777,4 N

**6.3.-** Un cilindro hueco semitubular de 15 cm de radio, está sumergido en una corriente de agua a  $15^\circ\text{C}$ , de velocidad 60 cm/s, con su parte cóncava dirigida contra el flujo. Calcular el esfuerzo en N a que está sometido si la longitud del cilindro es de 8 m.

r) 991,76

**6.4.-** El pilar vertical de un puente es de sección transversal elíptica con una relación 1:3 entre los ejes menor y mayor. El eje mayor está lineado en dirección paralela al flujo y mide 1,83 m. El coeficiente de arrastre para esta sección elíptica depende del número de Reynolds según la tabla siguiente:

Número de Reynolds (longitud característica = eje menor)	$C_D$
$10^4$	0,50
$10^5$	0,12
$10^6$	0,12
$10^7$	0,14

Determinar la fuerza de arrastre sobre el pilar si el agua alcanza 6 m de altura a  $16^\circ\text{C}$  y fluye a 1,83 m/s

r) 75 kg

## **TEMA 7**

# **FLUJO EN TUBERÍAS EN RÉGIMEN PERMANENTE**

## Resolución mediante Darcy-Weisbach, el Ábaco de Moody o las expresiones de cálculo.

7.1. El "Big Inch" es un oleoducto de acero comercial de 600 mm de diámetro interior, proyectado para transportar un caudal de 47000 m<sup>3</sup> de petróleo crudo por día, en funcionamiento constante y estaciones de bombeo cada 80 km. Se pide:

- Potencia bruta necesaria en cada estación. ( $\eta = 75\%$ )
- Caudal circulante si al cabo de cierto tiempo el rendimiento de las bombas ha bajado al 70 % y el coeficiente de frotamiento de la tubería ha aumentado en un 10 %.

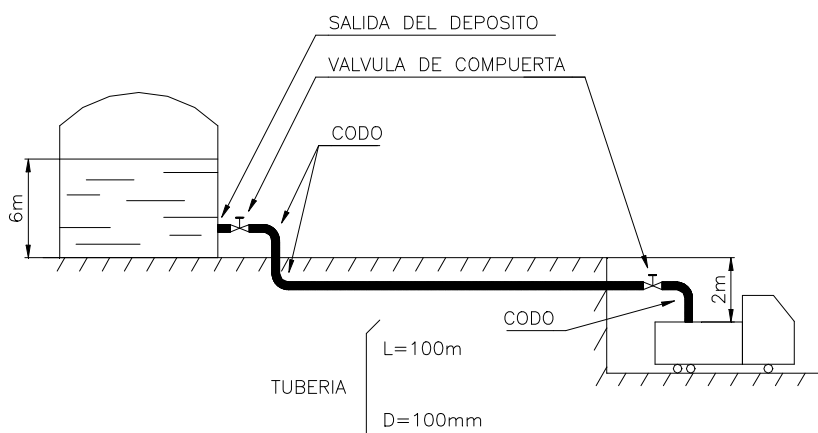
**Datos:** Peso específico relativo = 0,88; temperatura = 10°C; supóngase la conducción horizontal.

r) 2814 kW; 512 l/s.

7.2. Se tiene almacenado alcohol etílico en un sótano situado a 6 m por debajo de la calzada de la calle. Se quiere cargar este alcohol mediante una tubería de 50 mm y 20 m de longitud con 4 codos y 2 válvulas, por medio de una bomba de 735 W de potencia bruta con un rendimiento del 50 %. La boca de entrada al depósito del camión está situada 2,50 m sobre la calzada. La tubería es de acero estirado, la densidad relativa del alcohol 0,90; su viscosidad cinemática  $1,4 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s, las longitudes equivalentes de codo y válvula son: 5 y 10 m respectivamente. Calcular el caudal circulante.

r) 3,4 l/s.

7.3. En una estación de almacenamiento de productos petrolíferos, se utiliza la instalación de la figura para el llenado de los camiones de reparto de gasolina. Se pide:



**Figura 7.3.**

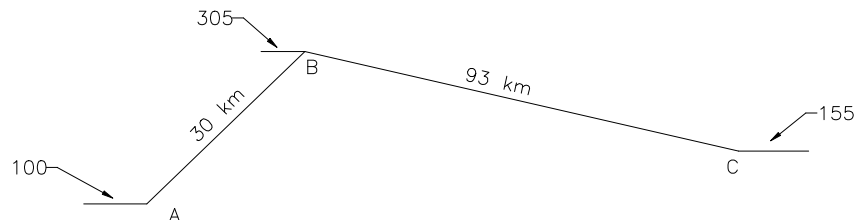
- a) Caudal cuando la altura del nivel en el depósito es de 6 m.  
 b) Como el llenado de los camiones de esta forma es lento se proyecta crear, con aire comprimido, una sobrepresión en el depósito. Se pide la presión a que deberá estar el aire comprimido para duplicar el caudal en las condiciones anteriores, es decir, cuando el nivel de gasolina en el depósito sea de 6m.

**Datos:** Tubería de hierro forjado. Diámetro = 100 mm. Longitud = 100 m. Temperatura de la gasolina = 10 °C.

**Nota:** Calcular las pérdidas de carga en las piezas especiales mediante los factores de paso.

r) 20,8 l/s; 1,6 kg/cm<sup>2</sup>.

7.4. Se quiere transportar 180 l/s de keroseno (densidad relativa = 0,98; viscosidad =  $2,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) mediante un oleoducto cuyo perfil longitudinal se indica en la figura. La presión en A es la atmosférica. Se pide:



**Figura 7.4.**

- a) Seleccionar el diámetro de la tubería de fundición a instalar, igual para todo el oleoducto, teniendo en cuenta que la velocidad del flujo debe estar comprendida entre 0,8 y 1 m/s, y que los diámetros comerciales se fabrican de 50 en 50 mm.  
 b) Potencia bruta de la bomba necesaria para que el keroseno llegue a C a la presión atmosférica siendo el rendimiento de aquella de 0,75.  
 c) Dibujar la línea piezométrica.  
 d) Presión con que llegará el líquido a B.

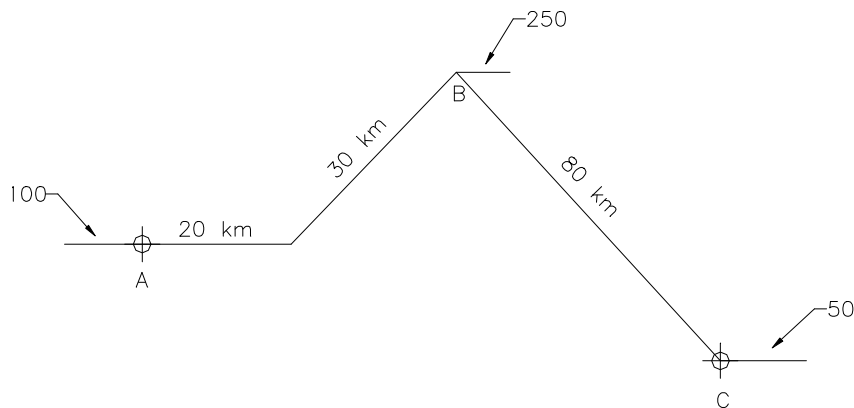
r) 500 mm; 599 kW; 4,65 mcl.

7.5. Se dispone del oleoducto, cuyo perfil longitudinal viene representado en el esquema de la figura, para transportar 60 l/s de petróleo crudo a 20°C (densidad relativa = 0,86; viscosidad =  $8,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ). La presión en A y C es la atmosférica. Se pide:

a) Seleccionar el diámetro de la tubería de fundición para que circule el petróleo a una velocidad comprendida entre 0,5 y 1 m/s, disponiendo únicamente de tuberías de 200, 250 y 300 mm de diámetro.

b) Potencias brutas de las bombas a instalar en A y B, siendo sus rendimientos de 0,75. En B el líquido estará en contacto con la atmósfera.

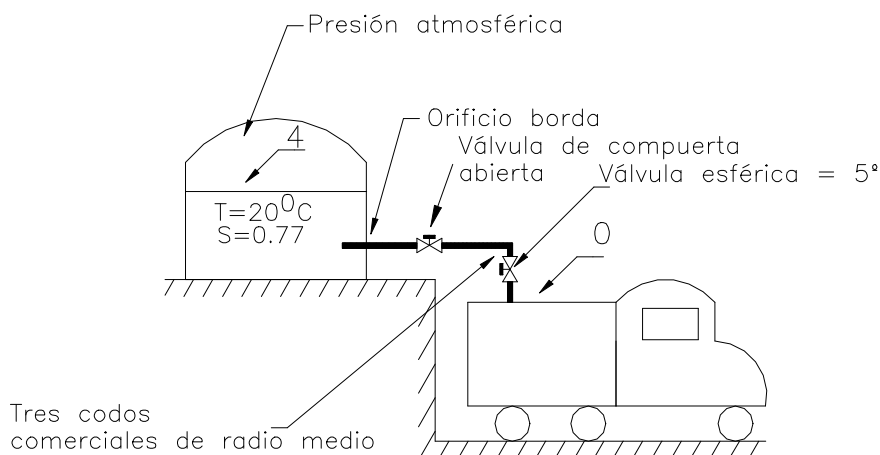
c) Líneas piezométricas.



**Figura 7.5**

r) 300 mm; 209 kW; 35,75 kW.

7.6. Se tiene una instalación de llenado de camiones de reparto de keroseno a partir de un depósito de almacenamiento, mediante el sistema de tuberías indicado en la figura. Calcular el caudal circulante en la posición de la figura.



**Figura 7.6.**

**Datos:** Temperatura del keroseno = 20 °C; peso específico relativo de éste = 0,77; longitud de la tubería = 25 m; diámetro de ésta = 100 mm; material de la tubería = acero comercial.

**Notas:** Se ha de utilizar el método de los factores de paso para calcular la pérdida de carga de las piezas especiales. Solo se tendrán en cuenta las piezas especiales resaltadas.

r) 22,6 l/s.

7.7. Un petrolero que transporta un hidrocarburo de peso específico relativo 0,86 y viscosidad cinemática 0,05 St, cuando llega a puerto debe trasvasarlo a un depósito de almacenamiento. Para ello se dispone de una bomba autocebante de 15 kW y 70 % de rendimiento; el diámetro de la tubería de trasvase es de 200 mm y 150 m de longitud, disponiendo además de 3 codos y una válvula. Se pide:

a) Caudal trasvasado.

b) Hechos que sucederían en el caso de que la lámina superior del depósito alcanzase la cota 26 y en ese instante se parara la bomba.

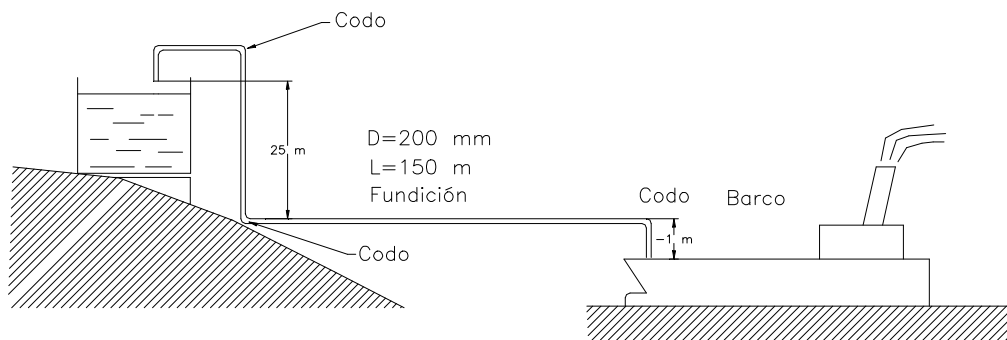


Figura 7.7.

**Datos:** Longitud equivalente de un codo = 5 m; Ídem de la válvula = 25 m.

r) 44 l/s; Circularía caudal en sentido contrario hasta descebarse el sifón.

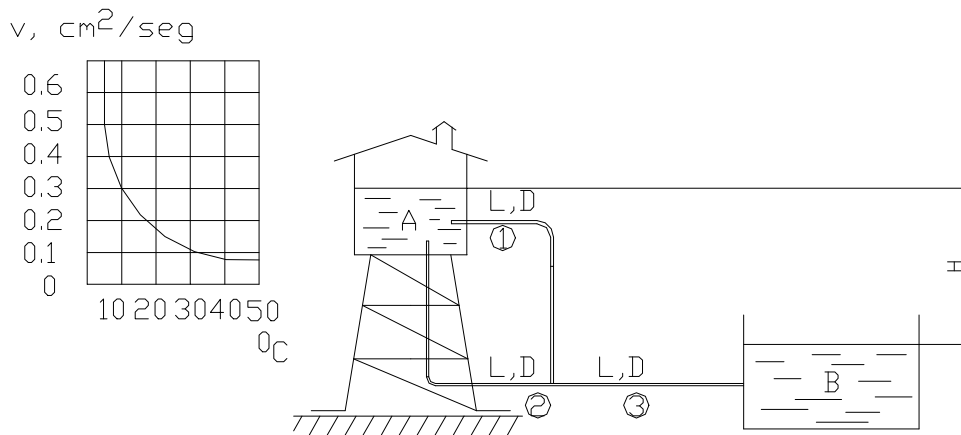
7.8. El sistema de la figura tiene la siguiente geometría:  $L = 50$  m;  $D = 25$  mm, circulando un caudal de un líquido cuya viscosidad viene definida en el ábaco adjunto, siendo su peso específico relativo 0,9. Se pide:

a) Altura  $H$  necesaria para que circule un caudal total de 0,2 l/s, cuando la temperatura del líquido sea de  $10^{\circ}$  C.

b) Caudal total que circularía en el caso en que la temperatura del líquido fuese de  $40^{\circ}$  C,  $H$  fuese 15 m y el depósito A se presurizase hasta  $2,7 \text{ kg/cm}^2$ .



**Nota:** El material de la tubería es de acero estirado.



r) 4,79;      1,57 l/s.

### Resolución mediante el método de Hazen-Williams.

**7.9.** Los depósitos A y C están conectados por el siguiente sistema de tuberías de fibrocemento en serie: la tubería (A-B) de 50 cm de diámetro y 1800 m de longitud y la (B-C) de diámetro desconocido y 600 m de longitud. La diferencia de altura entre las superficies libres de los depósitos es de 25 m. Se pide:

a) Diámetro de la tubería BC para que el caudal de agua que circula entre A y C sea mayor de 180 l/s.

b) Caudal que circulará entre A y C si la tubería BC fuese de 350 mm de diámetro.

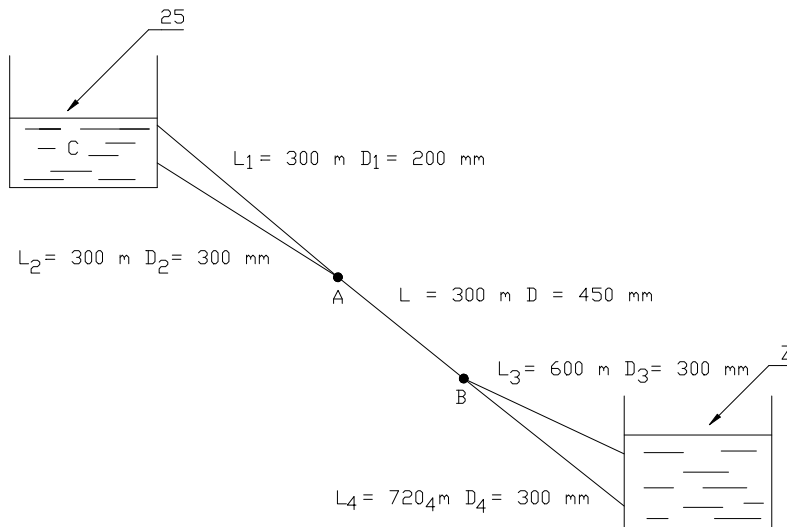
r) 300 mm;      327 l/s.

**7.10.** Si por la tubería de 200 mm de diámetro del sistema de la figura la velocidad del agua es de 1 m/s. Se pide:

a) Caudales circulantes.

b) Cota Z del depósito inferior.

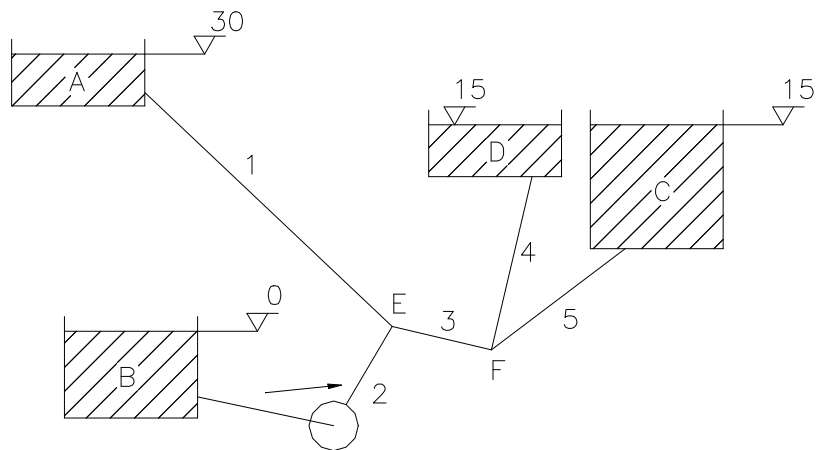
**Dato:** Las tuberías son de fundición.



**Figura 7.10.**

r) 31,41 l/s; 98,86 l/s; 130,27 l/s; 68,34 l/s; 61,93 l/s; 20,78 m.

**7.11.** En la figura se representa una red abierta. Se desea que el caudal de agua que llegue al depósito C sea de 25 l/s. Para ello se dispone de una bomba de 4,5 kW con un rendimiento del 73 %. Calcular:



**Figura 7.11.**

- Caudales circulantes con su sentido.
- Cotas piezométricas de E y F.
- Altura manométrica de la bomba.
- Calcular el diámetro de la tubería 1.
- Dibujar la línea piezométrica.

**Nota:** Las tuberías son de fibrocemento.

	1	2	3	4	5
L(m)	2850	500	1970	400	600
D(mm)	?	100	250	200	200

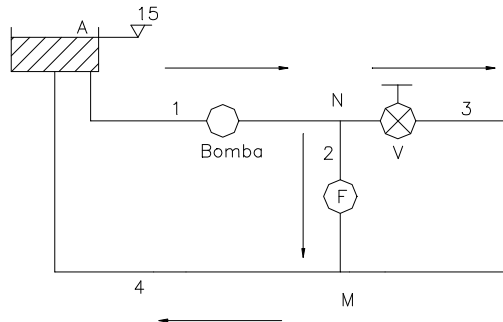
r) 46,82 l/s; 9,3 l/s; 56,13 l/s y 31,13 l/s; 27,70 mca y 17,14 mca; 36 mca; 350 mm.

**7.12.** Un importante complejo deportivo posee el sistema de filtrado parcial de agua indicado en el esquema de la figura.

Los datos de las tuberías de hierro galvanizado son:

	D(mm)	L(m)
1	80	60
2	60	20
3	60	30
4	80	70

Se suponen en todos los tramos unas pérdidas menores que se evalúan como el 15 % de las pérdidas en la tubería.



**Figura 7.12**

La pérdida de carga en el filtro se puede suponer  $\Delta P = 2940 \cdot Q^2$  donde  $\Delta P$ (Pa) y  $Q$ (l/s).

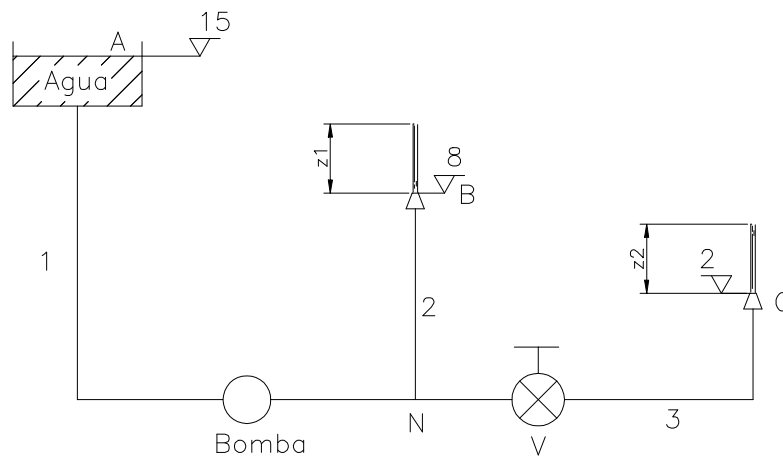
- a) Calcular la Potencia útil necesaria en la bomba a instalar para filtrar 4 l/s, cuando la válvula V está abierta.
- b) Suponiendo una Potencia útil constante y que la válvula V está cerrada, calcular el caudal de agua filtrado de la piscina.

r) 2,264 kW; 7,92 l/s.

**7.13.** En el sistema mostrado en la figura, las boquillas descargan a la atmósfera. El diámetro de las mismas es 20 mm y el factor de paso de pérdidas de carga de 0,06 (con la energía cinética a la salida).

- Calcular los caudales circulantes y la altura del chorro de la boquilla C si la altura alcanzada por el chorro que sale de la boquilla B es  $z_1 = 4,5$  m.
- Determinar la altura manométrica y la potencia útil de la bomba a instalar en la tubería 1.
- Determinar la pérdida de carga y el factor de paso que habrá de introducir mediante la válvula (V) para conseguir que las alturas alcanzadas por los dos chorros sean iguales, suponiendo constante la potencia útil de la bomba.
- Indicar en este caso los caudales circulantes y la altura de cada chorro.

**Datos:** Diámetro de la boquilla = 20 mm; Tubería de hierro galvanizado.  
 Despreciar las pérdidas menores excepto las de las boquillas.  
 $D_1=D_2=D_3=50$  mm;  $L_1=50$  m;  $L_2=25$  m;  $L_3=50$  m.



**Figura 7.13.**

r) 6,58 l/s, 2,95 l/s, 3,63 l/s 6,81 m; 14,035 m, 905 W; 4,063 m, 30,7; 6,36 l/s, 3,18 l/s; 5,23 m.

**7.14.** Dos tubos de hierro galvanizado de 75 mm de diámetros 30 y 90 m de largo se instalan a la cota  $H_1$  y  $H_2$  de la superficie de un embalse de agua. El coeficiente de pérdida de carga o factor de paso a la entrada de los tubos es  $k=0,2$ , y ambos descargan a la atmósfera.

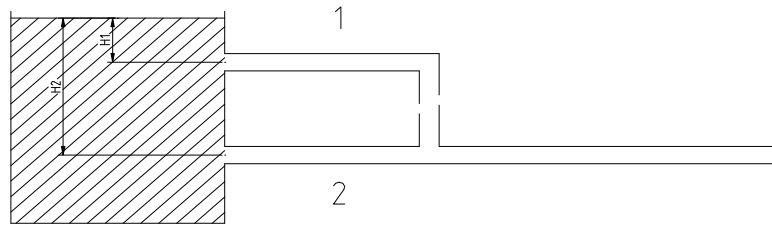


Figura 7.14

Mediante la expresión de Darcy-Weisbach, el ábaco de Moody y las expresiones que lo definen:

a) Suponiendo que el flujo es turbulento y que los tubos se comportan como rugosos, determinar la relación  $H_1/H_2$  para la cual ambos tubos descargan el mismo caudal.

b) Calcular el valor mínimo de  $H_1$  que hace que los tubos se comporten como rugosos, teniendo en cuenta que el Reynolds frontera de los tubos semilisos-rugosos es:

$$Re = \frac{200}{\epsilon/D f^{1/2}}$$

c) Suponiendo que se cumple la relación calculada en 1, y que  $H_2=125$  m, calcular el caudal de paso por cada una de las tuberías.

Empleando la expresión de Hazen-Williams:

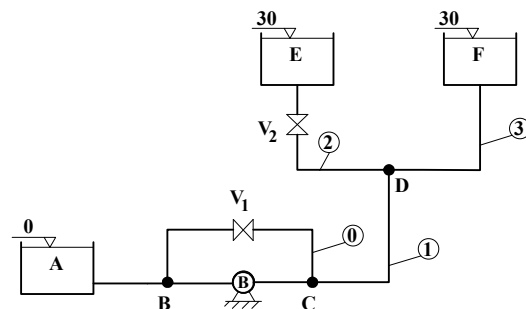
d) Se unen ambas tuberías mediante un tramo suplementario del mismo diámetro (línea punteada). Suponiendo en este caso que  $H_2= 100$  m y  $H_1=36$  m, calcular el valor del caudal total de salida despreciando todas las pérdidas menores.

e) Con la disposición geométrica del apartado 4, se instala una bomba hidráulica en el tramo de tubería de caudal deficitario, de modo que por ambas ramas pasa ahora el mismo caudal de agua. Calcular la energía consumida en kWh por la bomba en 24 horas de funcionamiento, si su rendimiento es de 0,80.

r) 0,361;      40,9 m;      40,4 l/s;      43,4 l/s;      172,8 kWh

**7.15.** Una instalación de bombeo para llevar agua, alimenta a dos depósitos E y F. La bomba, que absorbe 50 kW del motor de arrastre ( $\eta = 0.7$ ), dispone de un by-pass con una válvula esférica de regulación  $V_1$ . Despreciando las pérdidas menores, excepto las producidas en las válvulas esféricas  $V_1$  y  $V_2$ , cuyo factor de paso depende del grado de apertura, siendo 0 cuando la válvula esta completamente abierta, se pide:

a) Factor de paso de las válvulas  $V_1$  y  $V_2$  para que  $Q_2 = Q_3 = 40$  l/s. ¿Cuál será el punto de funcionamiento de la bomba ( $H, Q$ )?



- b) ¿Cuál será el máximo caudal  $Q_3$  posible? ¿Con qué posición de las válvulas se producirá?
- c) Si las válvulas  $V_1$  y  $V_2$  están cerradas y la bomba parada, no creando está ninguna pérdida adicional, ¿qué caudal retornará del depósito F al depósito de aspiración A?

**Nota:** Tuberías de acero comercial. (Utilícese H. Williams). Despreciar la longitud de tubería AB.

	0	1	2	3
D(mm)	200	200	150	150
L(m)	0	40	35	50

- r) 1.98, 790.8, (32,95 mca, 108,4 l/s); 90,66 l/s, con  $V_1$  y  $V_2$  cerradas; 169,8 l/s.

**7.16.** El depósito A, abierto a la atmósfera, situado en la cota 900 m, alimenta el depósito presurizado B (920 m) y la boquilla de riego C (930 m). El fluido circulante es agua ( $S = 1$ ;  $18^\circ\text{C}$ ). Las tuberías son de fundición, y las longitudes y diámetros aparecen en la siguiente tabla.

	1	2	3
$\varnothing$ (mm)	200	200	100
L (m)	50	500	¿?

Se pide:

- a) Caudal circulante si la válvula V, colocada en la tubería 3, está completamente cerrada. El vacuómetro colocado a la entrada de la bomba marca 4 mca y el manómetro colocado a la salida  $7,6 \text{ kg/cm}^2$  (**Darcy-Weisbach**).

Debido a una fuerte sequía es necesario abastecer la boquilla de riego.

Mediante **Hazen-Williams**:

- b) Calcular la longitud de la tubería 3 para que  $Q_2 = Q_3$ . La presión dinámica en la boquilla es de 3,92 bar. La válvula V está completamente abierta y no genera  $h_f$  adicionales. Despreciar las pérdidas de carga en la boquilla.
- c) Calcular la altura manométrica que aporta la bomba (mcHg) y la potencia útil si  $Q_2 = Q_3 = 56 \text{ l/s}$ .
- d) Pérdidas de carga en la válvula V si se desea que  $Q_3 = 40 \text{ l/s}$  y  $Q_2 = 50 \text{ l/s}$ . **Datos:**  $\varnothing_{\text{boquilla}} = 50 \text{ mm}$ ; Factor de paso de la boquilla  $K_{\text{boquilla}} = 0,2$  (con la energía cinética a la salida).

- e) Diámetro de la tubería 1 para que el reparto de caudales sea el del apartado d). Suponer la potencia útil de la bomba constante ( la calculada en el apartado c).

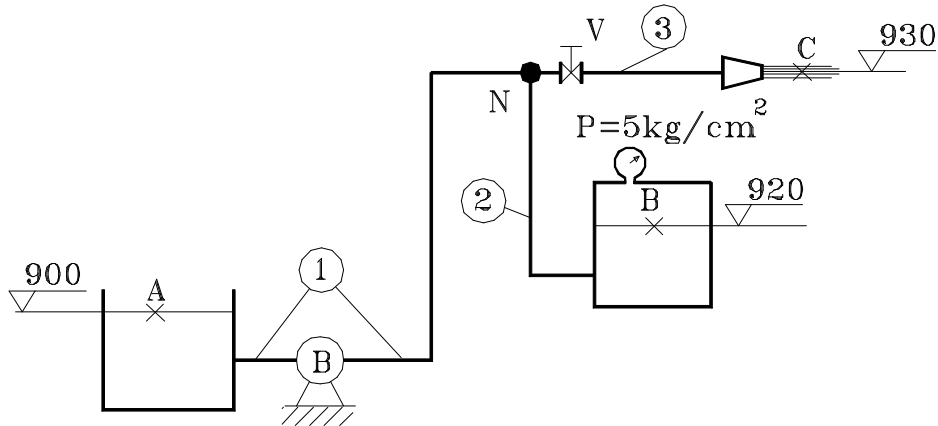


Figura 7.16

r) 57 l/s; 16,88 m; 6,064 mHg, 90,52 kW; 17,15 mca; 125 mm

7.17. La instalación de la figura toma agua de la red general a una presión  $P_0/\gamma = 25$  mca para llenar una piscina de  $48 \text{ m}^3$  de capacidad. Toda la instalación, incluyendo el punto de acometida "O" y el de descarga "D", se encuentra en una cota 0 m. La tubería de diámetro  $D = 25$  mm, es de PVC. Las válvulas A, B y C completamente abiertas tienen un coeficiente de pérdidas de carga  $K = 4$  ( adimensional) y la descarga D,  $K_D = 2$  ( adimensional)

Se pide:

- a) Calcular analíticamente el caudal desaguado por la descarga D suponiendo que la bomba no ha sido instalada (**Darcy-Weisbach**). Realizar un esquema gráfico indicando el punto de funcionamiento de la instalación.
- b) Suponiendo que la bomba esta funcionando, siendo su curva característica la siguiente:  $H_b$  (mca) =  $15 - 480000 Q^2$  ( Q en  $\text{m}^3/\text{s}$ )

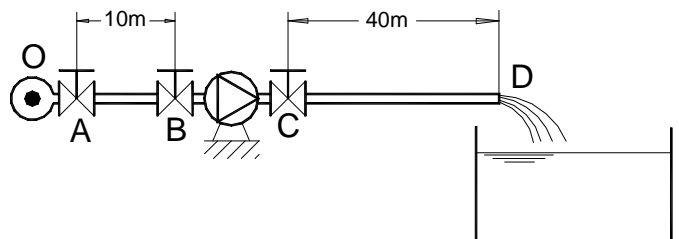


Figura 7.17

b1) Obtener la expresión analítica de la altura manométrica de la instalación  $H_{m_i} = f(Q)$  (**Hazen- Williams**)

b2) Obtener gráficamente el punto de funcionamiento de la instalación ( H, Q)

**b3)** Calcular el tiempo de llenado de la piscina.

**b4)** Si el tiempo de llenado son 8 horas, los rendimientos de la bomba y del motor eléctrico son  $\eta_{\text{bomba}} = 0,9$ ;  $\eta_{\text{me}} = 0,75$  y el precio del kWh = 0,08 euros, calcular el costo del llenado de la piscina.

**Datos:**  $L_{AB} = 10$  m;  $L_{CD} = 40$  m.

Papel milimetrado: A4 vertical. Escala recomendada: 1 cm = 2 mca, 0,2 l/s

r) 1,491 l/s;  $-25 + 2,9644 Q^2 + 11,465 Q^{1,852}$ ; 1,7 l/s , 13,63 mca; 7h 54mn 16,3s; 0.208 euros.

**7.18.** Una conducción de acero comercial, para traída de agua a una fábrica, ha funcionado holgadamente desde su establecimiento por simple gravedad, hasta un determinado momento en que no es capaz de suministrar el caudal inicial, debido a una incrustación calcárea uniforme a lo largo de toda la conducción. Se pide teniendo en cuenta los datos abajo reseñados:

- Caudal inicial en el instante de la implantación.
- Calcular la rugosidad de la tubería suponiendo que el diámetro interior (800 mm) no varía y que conduce 500 l/s solamente.
- Esta rugosidad calculada se considera excesiva, por lo que cabría suponer que el diámetro se ha reducido considerablemente por las incrustaciones calcáreas. Suponiendo una rugosidad de la tubería comercial con las incrustaciones de  $\epsilon = 0,5$  cm, calcular el diámetro útil (mm) de la tubería para el transporte de 500 l/s.

**Datos:** Diferencia de cotas piezométricas en los extremos de la conducción  $H = 10$  m. Diámetro inicial (tubería de acero comercial) = 800 mm y longitud equivalente total = 1000 m. Temperatura del agua = 10 °C.

**Nota: Realizar los cálculos mediante la expresión de Darcy-Weisbach, el ábaco de Moody o las expresiones que lo definen**

r) 1,8116 m<sup>3</sup>/s ; 164,61 mm ; 594 mm

**7.19.** En la instalación de la figura, y mediante un bombeo se aporta agua a una canal de riego. En dicho canal se dispone de un vertedero en pared delgada sin contracciones, la carga sobre el vertedero es de 0,33 m y la longitud o anchura del mismo es de 3,6 m. Con los datos indicados y suponiendo **flujo permanente**, se pide:

- Caudal circulante por la tubería 4

**Utilizando la expresión de Darcy-Weisbach, el ábaco de Moody o sus expresiones**



- b) Cota piezométrica del nudo C, e indicar razonadamente el comportamiento de la tubería.
- c) Caudal circulante por la tubería 2 indicando el sentido de circulación, y el comportamiento de la tubería.

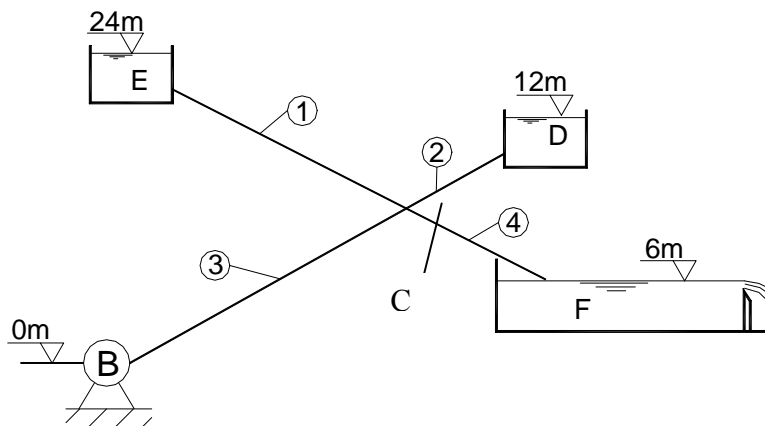
**Mediante la expresión de Hazen-Williams**

- d) Caudal circulante por la tubería 1 indicando el sentido de circulación.
- e) Caudal circulante por la tubería 3 y cota piezométrica a la salida de la bomba.
- f) Si la cota piezométrica a la entrada de la bomba es de -3 mca, determinar la altura manométrica de la bomba y la potencia absorbida si su rendimiento es del 75%.

**Nota:** Despréciense las energías cinéticas y las pérdidas menores.

$$Q_{\text{vertedero}} = 1,77 L H^{3/2}$$

Tubería	1	2	3	4
Longitud (m)	1800	1200	2400	2400
Diámetro (mm)	500	400	800	900
Material	Fundición	Fundición	Hormigón	Hormigón



**Figura 7.19**

- r) 1,208 m<sup>3</sup>/s ; 16,314 mca ; 154,97 l/s (C→D) ; 306,74 l/s ; 1056,23 l/s , 28,162 mca ; 31,162 mca , 430 kW.

**Problemas sobre instalaciones de bombeo simples**

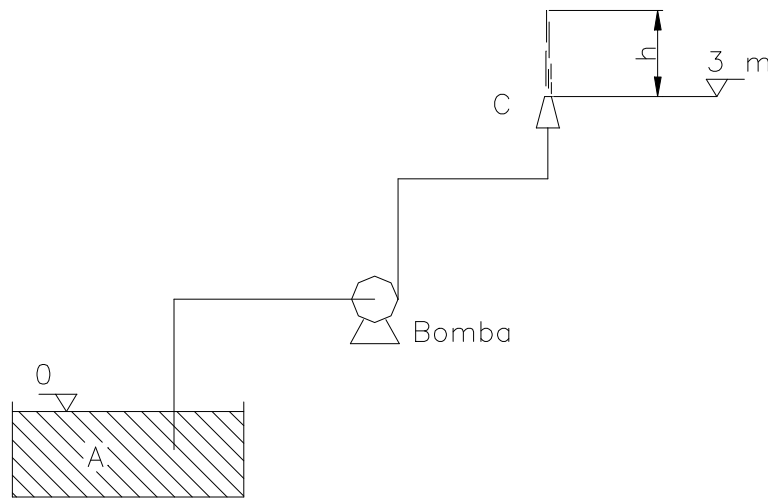
**7.20.** Se quiere diseñar una fuente formada por un solo chorro de altura variable, vertical. La salida del chorro se sitúa 3 m por encima de la lámina de agua del depósito despresurizado de alimentación A.

Se proyecta una instalación de bombeo que suministra el caudal necesario a la fuente, formada por una tubería de hierro galvanizado de 175 mm de diámetro y una longitud equivalente total de 75 m. La boquilla de salida del chorro de 80 mm de diámetro tiene un factor de paso de 0,8 con la energía cinética de salida. Se pide:

- Dibujar el esquema de la instalación y calcular la expresión analítica de la curva característica de dicha instalación.
- Seleccionar la bomba más adecuada para que la altura del chorro sea como mínimo de 8 m.
- Calcular el punto de funcionamiento (Q, H), el rendimiento de la bomba  $\eta$ , la potencia absorbida y el costo por  $\text{m}^3$  si el precio del kWh es de 0,09 euros.
- Altura del chorro

**Escala:** 1 cm = 10 l/s, 2 m.

Curvas características de turbobombas: Anexo 9.



**Figura 7.20**

### Resolución

Para calcular la expresión analítica de la cci, aplicamos *Bernoulli* entre el depósito de alimentación A y la salida de la boquilla C:

$$B_A - hf_{tubería} + Hm_i - hf_c = B_c = z_c + \frac{V_c^2}{2g}$$

$$Hm_i = 3 + \frac{V_c^2}{2g} + 0,8 \cdot \frac{V_c^2}{2g} + hf_{tubería} = 3 + 1,8 \cdot \frac{V_c^2}{2g} + hf_{tubería}$$

Utilizando *Hazen-Williams*, para calcular las pérdidas de carga en la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,015}{17,5} = 8,57 \cdot 10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 130 \Rightarrow J_1 = 1,76 \cdot 10^{-5}$$

$$hf_{tubería} = 1,76 \cdot 10^{-5} \cdot 75 \cdot Q^{1,852} = 1,32 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{1,852}$$

La velocidad en boquilla ( $V_c$ ) hay que expresarla en función del caudal en l/s.

$$V_c = \frac{Q \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot \left(\frac{0,08^2}{4}\right)} = 0,1989 \cdot Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}; \quad \frac{V_c^2}{2g} = 2,0193 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^2$$

Sustituyendo los valores en la expresión.

$$Hm_i = 3 + 3,634 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^2 + 1,32 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{1,852}$$

b) Hay que seleccionar la bomba para que la altura del chorro sea como mínimo 8 m.

$$h \geq 8 \text{ m}$$

$$\text{Como: } h = \frac{V_c^2}{2g} = 2,0193 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^2$$

Por tanto  $Q \geq 62,94$  l/s dando valores para dibujar la cci.

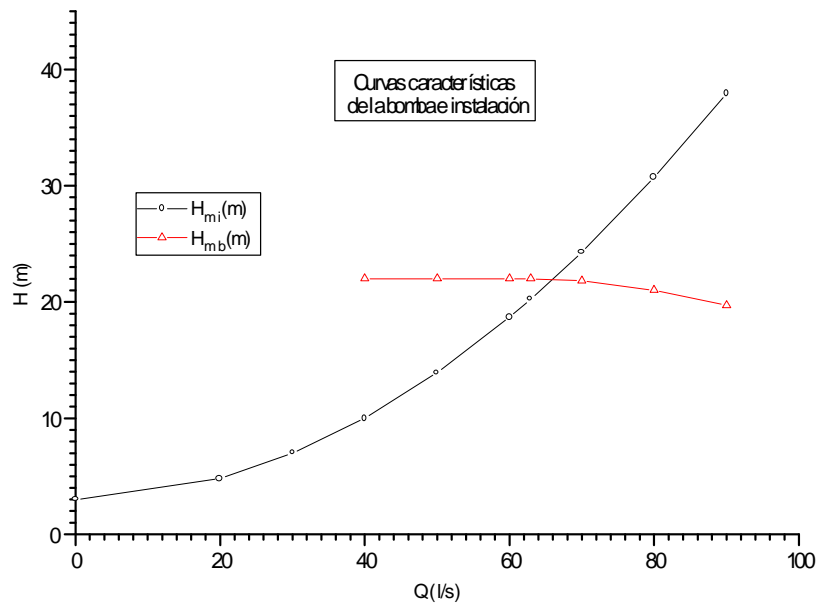
Q (l/s)	0	20	30	40	50	60	<b>62.94</b>	70	80	90
Hmi (m)	3	4.8	7	10	13.93	18.7	<b>20.23</b>	24.26	30.7	37.9

$$\text{Punto solicitado: } Q = 62,94 \frac{l}{s} = 226,6 \frac{m^3}{h} \Rightarrow H_{mB} \geq 20,23 \text{ m}$$

Mirando en las curvas de las bombas aportadas 150-250bF: 1450 rpm (anexo 9), la bomba a instalar es la de diámetro de rodete **256 mm**.

c) Se toman puntos de la cc. de esta bomba para dibujarla sobre la cc de la instalación y determinar el punto de funcionamiento.

Q(l/s)	40	50	60	70	80	90
H(m)	22	22	22	21,8	21	19,7



Punto de funcionamiento, P:

$$\begin{aligned}
 Q &= 66 \text{ l/s} \\
 H &= 21,8 \text{ m} \\
 \eta &= 79 \%
 \end{aligned}$$

$$P_{ab} = \frac{66 \cdot 10^{-3} \cdot 21,8 \cdot 9800}{0,79 \cdot 10^3} = 17,85 \text{ kW}$$

$$P_{ab} = 17,85 \text{ kW}$$

$$\text{Costo: } \frac{17,85 \text{ kW}}{(66 \cdot 3,6) \frac{m^3}{h}} \cdot 0,08 \frac{\text{euros}}{\text{kWh}} = 0,006 \frac{\text{euros}}{m^3}$$

$$\text{Costo} = 0,006 \text{ euros/m}^3$$

d) La altura del chorro en el punto de funcionamiento será:

$$h = 2,0193 \cdot 10^{-3} \cdot Q \left( \frac{l}{s} \right)^2 = 2,0193 \cdot 10^{-3} \cdot 66^2 = 8,8 \text{ m}$$

**7.21** Se tiene una instalación compuesta formada por un depósito sobrepresor C que alimenta a dos servicios: un sistema de riego D, formado por 4 boquillas iguales en paralelo, y un depósito presurizado E, que sirve de regulador para alimentar otros servicios. Por otra parte, el depósito sobrepresor está alimentado por una instalación de bombeo, como se indica en la figura.

- a) Calcular la presión  $P_C$  a que deberá estar sometido el depósito sobrepresor C, para que el caudal que alimente al depósito E sea de 50 l/s.
- b) Indicar (en las condiciones anteriores) el caudal circulante por la tubería (2) que alimenta a las boquillas y la velocidad de salida por cada boquilla.
- c) Suponiendo que la presión del depósito sobrepresor C es de 3,5 kg/cm<sup>2</sup> seleccionar la bomba necesaria para suministrar un caudal de 125 l/s, desde el depósito A al depósito sobrepresor C. Determinar el punto de funcionamiento (Q, H,  $\eta$ ), la potencia absorbida y el costo del m<sup>3</sup> de agua bombeado, si el kWh cuesta 0.09 euros.

**Datos:** - Cotas: ( A = 600 m; C = 620 m; D = 630 m; E = 625 m)

- Tuberías de acero comercial;  $D_1 = 300 \text{ mm}$ ;  $D_0 = D_2 = D_3 = 200 \text{ mm}$ ;  $L_1 = 300 \text{ m}$ ;  $L_2 = L_3 = 500 \text{ m}$ ;  $L_0 = 100 \text{ m}$ .
- $P_E = 2 \text{ kg/cm}^2$ .
- Boquillas (4):  $D = 50 \text{ mm}$ ; Factor de paso de pérdidas de carga de la boquilla  $k = 0,3$  con la energía cinética a la salida.
- Despreciar la pérdida de carga en el colector que reparte el flujo a las boquillas.
- Longitudes equivalentes de piezas especiales: Válvula de pié = 10 m; codo de 90 ° = 5 m; Válvula antirretorno = 15 m; Válvula de compuerta abierta = 2 m.
- Curvas características de turbobombas: Anexo 10.

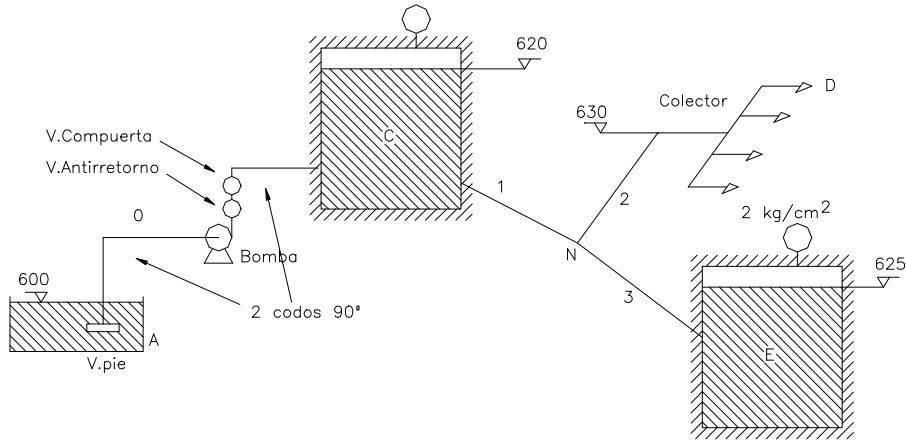


Figura 7.21

**Resolución**

a) Se necesita:  $Q_3 = 50 \text{ l/s}$ .

Aplicando Bernoulli entre el depósito sobrepresor y el nudo y entre el nudo y cada rama:

$$B_c - hf_1 = B_N \Rightarrow z_c + \frac{P_c}{\gamma} - hf_1 = B_N \quad (1)$$

$$B_N - hf_3 = B_E = z_E + \frac{P_E}{\gamma} \quad (2)$$

$$B_N - hf_2 - hf_{boquilla} = B_D = z_D + \frac{V_{boq}}{2g} \quad (3)$$

Ecuación de la continuidad en el nudo:  $Q_1 = Q_2 + Q_3$ .

Tuberías de acero comercial:  $\epsilon = 0,006 \text{ cm}$ .

$$D_2 = D_3 = 200 \text{ mm} \rightarrow \frac{\epsilon}{D} = \frac{0,006}{20} = 0,0003 = 3 \cdot 10^{-4} \Rightarrow C_{HW} = 130$$

$$J_1 = 9,17 \cdot 10^{-6}$$

$$hf_3 = 9,17 \cdot 10^{-6} \cdot 500 \cdot (50)^{1,852} = 6,4244 \text{ mca}$$

Sustituyendo en la ecuación (2):

$$B_N = 625 + 20 + hf_3 = 645 + 6,4244 = 651,4244 \text{ mca}$$

Sustituyendo en (3) se podrá conocer el caudal que circulará por la tubería "2".

$$B_N = 630 + \frac{V_{bf}^2}{2g} + 0,3 \frac{V_{bf}^2}{2g} + hf_2 = 630 + 1,3 \frac{V_{bf}^2}{2g} + 9,17 \cdot 10^{-6} \cdot 500 \cdot Q_2^{1,852}$$

$$651,4244 = 630 + 1,3 \frac{V_{bf}^2}{2g} + 4,585 \cdot 10^{-3} \cdot Q_2 \left(\frac{l}{s}\right)^{1,852}$$

El caudal  $Q_2$  se reparte entre las cuatro boquillas.

$$\Rightarrow V_b = \frac{\frac{Q_2 \cdot 10^{-3}}{4}}{\pi \cdot \left(\frac{0,05^2}{4}\right)} = 0,1273 \cdot Q_2 \left(\frac{l}{s}\right)^2$$

$$\frac{V_b^2}{2g} = 8,271 \cdot 10^{-4} Q_2 \left(\frac{l}{s}\right)^2$$

$$21,4244 = 1,075 \cdot 10^{-3} Q_2 \left(\frac{l}{s}\right)^2 + 4,585 \cdot 10^{-3} \cdot Q_2 \left(\frac{l}{s}\right)^{1,852}$$

Resolviendo la ecuación, utilizando el método de iteración de Newton-Raphson u otro cualquiera:

$$Q_2 = 78,472 \text{ l/s}$$

$$V_b = 9,9895 \text{ m/s} \approx 10 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 50 + 78,472 = 128,472 \frac{l}{s}$$

Sustituyendo en la ecuación (1).

$$620 + \frac{P_C}{\gamma} - hf_1 = 651,4244$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 31,424 + hf_1$$

$$D_1 = 300 \text{ mm}; \quad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,006}{30} = 0,0002 = 2 \cdot 10^{-4} \Rightarrow C_{HW} = 140$$

$$J_1 = 1,10 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 31,4244 + 1,10 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot (128,472)^{1,852} = 34,08 \text{ mca}$$

$$P_C = 3,408 \text{ kg/cm}^2$$

c)  $P_C = 3,5 \text{ kg/cm}^2$ , seleccionar la bomba para  $Q_0 = 125 \text{ l/s}$ .

$$B_A - hf_0 + Hm_i = B_C$$

$$600 - hf_0 + Hm_i = 620 + 35 = 655$$

$$Hm_i = 55 + hf_0$$

$$D_0 = 200 \text{ mm}; J_1 = 9,17 \cdot 10^{-6} \text{ (Calculado en (a))}$$

$$L_0 = L_{tub} + L_{piezas especiales}$$

<i>Piezas especiales</i>	<i>Longitud equivalente</i>
Válvula de pie	10 m
Codo 90°	5 m
Válvula antirretorno	15 m
V. compuerta abierta	2 m

$$L_0 = 100 + 10 + 2 \cdot 5 + 15 + 2 = 137 \text{ m}$$

$$hf_0 = 9,17 \cdot 10^{-6} \cdot 137 \cdot Q^{1,852} = 1,2563 \cdot 10^{-3} \cdot Q \left( \frac{l}{s} \right)^{1,852}$$

$$Hm_i = 55 + 1,2563 \cdot 10^{-3} \cdot Q \left( \frac{l}{s} \right)^{1,852}$$

Dando valores:

Q (l/s)	0	100	125	150	200
H (m)	55	61,35	64,6	68,46	77,9



Punto solicitado:

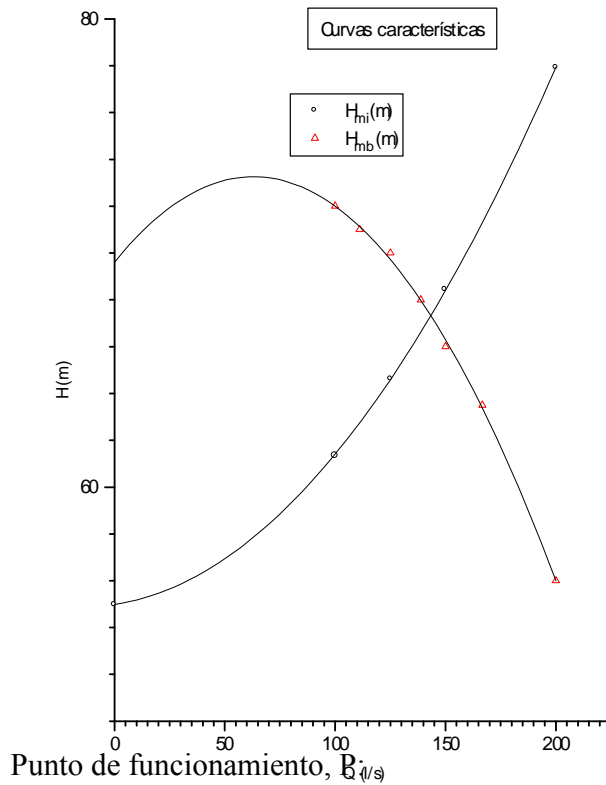
$$Q = 125 \text{ l/s} = 450 \text{ m}^3/\text{h} \rightarrow H_{mb} \geq 64,6 \text{ m.}$$

C.C. bombas: de 200/330 a 250/300mb a 1450 rpm (Anexo 10).

**Bomba elegida: 200/500; N = 1450 rpm; D = 450 mm**

Puntos de la bomba:

Q (m <sup>3</sup> /h)	360	400	450	500	540	600	720
Q (l/s)	100	111,11	125	138,9	150	166,7	200
H <sub>mb</sub> (m)	72	71	70	68	66	63,5	56



**Q = 144 l/s**  
**H = 67,5 m**  
**η = 80,4 %**

$$P_{ab} = \frac{0,144 \cdot 67,5 \cdot 9800}{0,804 \cdot 10^3} \text{ kW} = 118,5 \text{ kW}$$

**P<sub>ab</sub> = 118,5 kW**

$$\text{Costo} : \frac{118,5 \text{ kW}}{144 \cdot 3,6 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}} \cdot 0,09 \frac{\text{euros}}{\text{kWh}} = 0,0206 \frac{\text{euros}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Costo} = 0,0206 \text{ euros/m}^3$$

**7.22.** Se quiere diseñar una fuente para decorar un jardín, formada por un solo chorro que alcance desde el punto de salida una altura de 8 m. Para ello es necesaria una instalación de bombeo, en la que el depósito de aspiración se encuentra en el subsuelo, encontrándose su lámina de agua en la cota -1 y a la presión atmosférica; la salida de la boquilla se dispone en la cota 2, siendo su diámetro 80 mm con un factor de paso de 0,2 con la energía cinética de salida. Se pide :

- a) Expresión analítica de la curva característica de la instalación, dibujándola en papel adecuado.
- b) Seleccionar la bomba más conveniente entre aquellas cuyas cc se adjuntan, determinando el punto de funcionamiento (Q, H y  $\eta$ ).
- c) Altura que alcanzará el chorro con la bomba seleccionada.
- d) Costo horario del funcionamiento de la fuente si el precio del kWh es de 0.108 euros, siendo 0,9 el rendimiento del motor eléctrico.

**Datos :** Tuberías de acero estirado de 150 mm de diámetro; tubería de aspiración: longitud = 7 m; piezas especiales: una válvula de pie con filtro y un codo de 90° de radio medio; tubería de impulsión: longitud = 25 m; piezas especiales: una válvula de compuerta y dos codos de 90° de radio medio

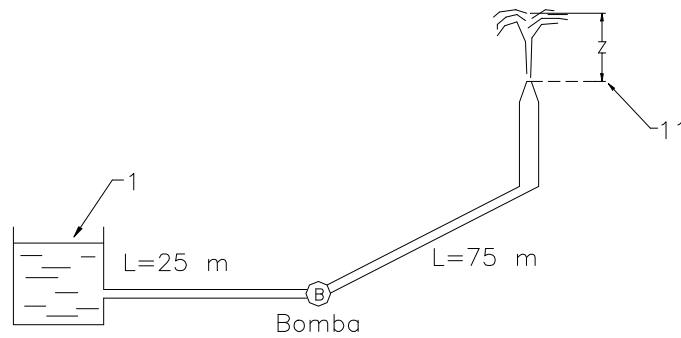
**Notas :** Para el cálculo de las pérdidas de carga en las piezas especiales utilícese el método de los factores de paso.

**Documentación :** Curvas características de turbobombas (Anexo I).

$$\mathbf{r)} \left( 3 + 3,23 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 + 1,0368 \cdot 10^{-3} \cdot Q^{1,852} \right); \quad \text{INP 125/315, } D = 280 \text{ mm};$$

18,5 m, 64 l/s, 74 %;                      8,27 m;                      1,88 euros/h; .

**7.23** En la instalación de la figura se quiere obtener un chorro de 15 m de altura. La tubería es de acero comercial de 150 mm de diámetro, concluyendo en la boquilla de 80 mm de diámetro; la longitud equivalente de las piezas especiales de la instalación es de 12 m y el coste del kWh es de 0,108 euros. Se pide:

**Figura 7.23**

- a) Expresión analítica de la cc de la instalación.
- b) Construcción en papel adecuado de la cci.
- c) Selección de la turbobomba más conveniente entre aquellas cuyas cc se adjuntan.
- d) Caudal y altura manométrica proporcionado por la turbobomba seleccionada, así como la potencia absorbida por la misma.
- e) Altura que alcanzará el chorro con la turbobomba seleccionada.
- f) Costo por hora del funcionamiento de la instalación.

**Datos :** Longitud de la tubería de aspiración = 25 m; id de la impulsión = 75 m.

**Notas :** Tómese papel milimetrado formato A4 apaisado; escalas recomendadas: 1 cm : 5 l/s y 5 m.

**Documentación :** Curvas características de turbobombas: Anexo I.

r)  $(10 + 4,1665 \cdot 10^{-3} \cdot Q^{1,852} + 2,019 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2)$ ; INP 125/400, D = 408 mm;  
87 l/s, 41,5 m, 72 %, 49,14 kW; 15,3 m; 5,316 euros/h.

**7.24.** Una fábrica se abastece de agua por medio de una instalación que consta de una bomba que alimenta a un depósito sobrepresor (B), cuya cota de lámina de agua es 24, siendo la presión que indica el manómetro de 490 kPa.

El sobrepresor alimenta los servicios de la fábrica consistentes en una boquilla C de 25 mm de diámetro, situada en la cota 20, y un depósito presurizado (D), cuya cota de lámina de agua es 25. Se pide :

- a) Altura manométrica de la bomba para que el caudal suministrado al sobrepresor sea de 25 l/s. La cota de lámina de agua en el depósito de aspiración es 14.
- b) Potencia útil y bruta de la bomba si su rendimiento es del 75 %.
- c) Reparto de caudales a cada uno de los servicios, si el caudal conjunto es de 25 l/s.
- d) Presión señalada en el manómetro.

**Datos :** Factor de paso de la boquilla = 0,1 con la velocidad de salida; pérdida de carga en AB =  $2 \cdot 10^5 \cdot Q^2$ ; ídem en BN =  $2,5 \cdot 10^4 \cdot Q^2$ ; ídem en NC =  $1,5 \cdot 10^5 \cdot Q^2$ ; ídem en ND =  $10^5 \cdot Q^2$  (caudales en  $\text{m}^3/\text{s}$  y pérdidas en m.c.a);  $L_{\text{aspiración}} = 1820 \text{ m}$ .

r) 185 mca; 45,32 y 60, 43 kW; 10 y 15 l/s; 106,6 kPa.

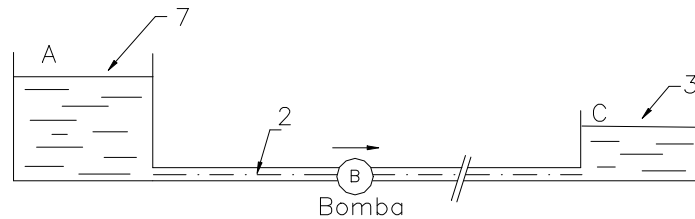
**7.25.** En la instalación que muestra la figura, se pide:

- a) Expresión analítica de la curva característica de la instalación, dibujándola en papel adecuado.
- b) Punto de funcionamiento de la bomba y potencia absorbida por el motor de arrastre.
- c) Presiones a la entrada y salida de la bomba.

**Datos :** Diámetro de la tubería = 400 mm; Material de la tubería: fundición; Longitud de la tubería entre depósitos = 3200 m; Cotas de las láminas superiores de los depósitos:  $Z_A = 7 \text{ m}$ ;  $Z_C = 3 \text{ m}$ ;  $Z_B = 2 \text{ m}$ ; Pérdidas de carga de piezas especiales = 0.  $L_{AB} = 1820 \text{ m}$ .

La cc de la bomba viene definida por los puntos siguientes :

Q	H	$\eta$
(l/s)	(m)	%
0	20	0
50	19,5	30
100	18	50
150	16	60
200	13	60
250	9	49
300	5	32

**Figura 7.25.**

$$r) (1,0016 \cdot 10^{-3} \cdot Q^{1,852} - 4); \quad 194 \text{ l/s}, 13,4 \text{ m}, 60 \%, 42,46 \text{ kW}; -4,95 \text{ mca y } 8,45 \text{ mca.}$$

**7.26.** Se desea elevar un caudal de  $100 \text{ m}^3/\text{h}$  de un líquido cuyo peso específico relativo es igual a 1,1 y cuya viscosidad es análoga a la del agua, de un depósito inferior a otro superior, situados respectivamente en las cotas 900 y 974.

La tubería de aspiración tiene una longitud de 30 m, disponiendo de una válvula de pie y un codo de  $90^\circ$ .

La tubería de impulsión tiene una longitud de 1250 m, disponiendo de una válvula antiretorno, una válvula esférica para regulación de caudal, una pieza en T de derivación, 3 codos de  $90^\circ$  y una válvula de compuerta.

La tubería seleccionada es de fibrocemento siendo su diámetro de 200 mm. Se pide :

- a) Expresión analítica de la curva característica de la instalación.
- b) Trácese en papel apropiado en formato A4 vertical la cc de la instalación, (escala: 1 cm-2 l/s y 4 m).
- c) Selecciónese la turbobomba más conveniente entre aquellas cuyas cc se adjuntan. Se entiende por más conveniente aquella que absorba menos energía en el punto de funcionamiento.
- d) Calcúlese el punto de funcionamiento de la turbobomba seleccionada trabajando en la instalación descrita; es decir: altura manométrica, caudal, rendimiento y potencia absorbida.

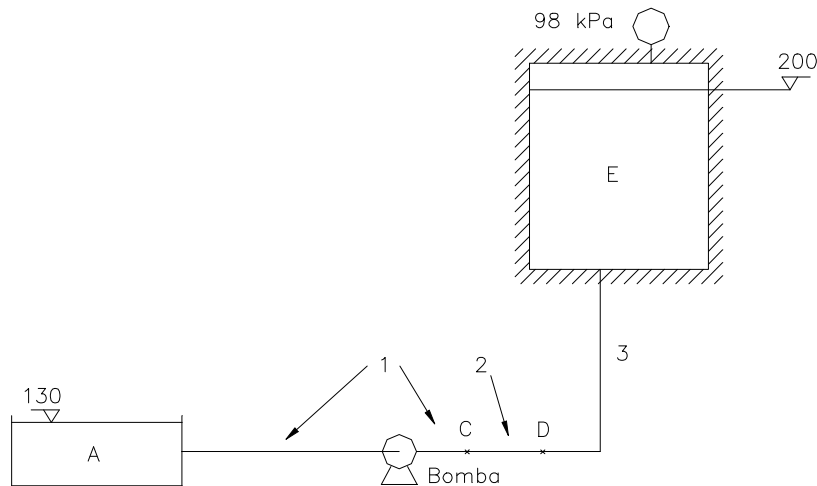
Datos de longitudes equivalentes :

Válvula de pie	25 m
Válvula antirretorno	15 m
Entrada a depósito	10 m
Curva de 90° y T	5 m
Válvula de compuerta	5 m
Salida de depósito	5 m
Válvula de mariposa	5 m
Válvula esférica	1 m

**Documentación:** Ccb: Anexo III.

r)  $(73,925 + 1,248 \cdot 10^{-2} \cdot Q^{1,852})$ . INP: 65/250-2900rpm,  $\varnothing$  246 mm ; 18 l/s, 76,5 m, 64,5 %, 21 kW;

**7.27.** Se proyecta una instalación de bombeo para trasvasar agua desde un depósito en la cota 130 a otro presurizado en la cota 200. Las tuberías son de acero comercial de 200 mm de diámetro a excepción del tramo CD (tubería 2), cuyo diámetro es de 150 mm, como se indica en la figura.



**Figura 7.27.**

Despreciando las pérdidas menores, se pide:

- Expresión analítica de la cc de la instalación  $H_i = f(Q)$ . Representar dicha curva en el papel adecuado.
- Seleccionar la bomba más apropiada de forma que al depósito E llegue como mínimo un caudal de 66 l/s.
- Punto de funcionamiento (H, Q,  $\eta$ ) de la instalación de bombeo.

**Nota:** Utilícese la expresión de Hazen-Williams.

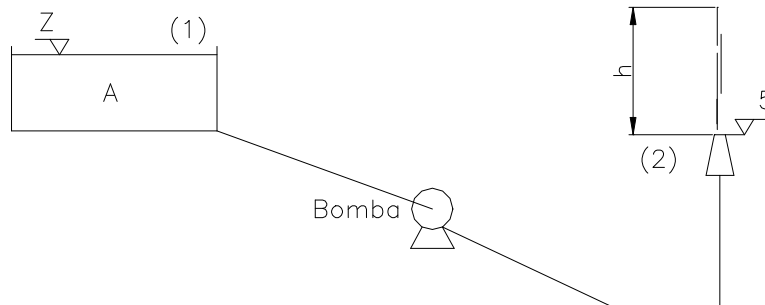
**Datos:**  $L_1 = 175$  m;  $L_2 = 70$  m;  $L_3 = 270$  m.

**Documentación:** Ccb: Anexo 7.

**r)**  $H_{mi} = 80 + 6,68465 \cdot 10^{-3} \cdot Q_{(l/s)}^{1,852}$ ; 80-250 bF:  $\phi$  271; 71 l/s, 97,8 m y 80,4%

**7.28.** En la instalación de la figura un depósito (cuya cota de la lámina superior está representada por la variable  $z$ ) y una bomba alimentan a un chorro situado en la cota 5 m, siendo el diámetro de la boquilla de 40 mm. Teniendo en cuenta que la longitud de la tubería es de 90 m, la tubería es de acero comercial de diámetro 100 mm. y las pérdidas menores se pueden considerar un 10 % de las pérdidas de la tubería:

- Calcular la altura manométrica de la instalación en función únicamente de 2 variables  $Q =$  caudal circulante y  $z =$  cota de la lámina superior.  $H_i = f(Q, z)$ .
- Si  $z = 22$  m y la bomba está estropeada, no aportando por tanto energía, calcular  $h$ , es decir la altura que alcanza el chorro.
- Con  $z = 22$  m seleccionar la bomba más adecuada para que  $h = 30$  m.
- Calcular el punto de funcionamiento de la instalación con la bomba elegida.



**Figura 7.28.**

**Nota:** La curva característica dibújese solamente para 3 caudales.

Origen de coordenadas: 0 mcl, 0 l/s.

Escalas: 1 cm = 2 l/s y 2 mcl.

**Documentación:** Ccb: Anexo 8.

**r)**  $H_{mi} = 5 - z + 2,6532 \cdot 10^{-2} \cdot Q_{(l/s)}^{1,852} + 3,2309 \cdot 10^{-2} \cdot Q_{(l/s)}^2$ ; 11,088 m; INP 65/160, 2900 rpm,  $\phi = 177$  mm; 31,6 l/s y 30,4 mca.

## **TEMA 8**

# **REGIMEN VARIABLE EN TUBERÍAS. GOLPE DE ARIETE**



**8.1.** Se tiene una conducción de 500 m de longitud por la que se conduce agua a una velocidad de 1,2 m/s. Se desea conocer la sobrepresión que se producirá si se cierra la válvula situada en su extremo final en los supuestos siguientes:

- a) Si la válvula se cerrase en 1 s, la tubería fuese totalmente rígida y el líquido fuese totalmente incompresible.
  - b) Si la válvula se cerrara instantáneamente, la tubería fuera totalmente rígida y se considerase el módulo de elasticidad volumétrico del agua ( $K=2,14 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ ).
- r) 600000 Pa ;  $1,75 \cdot 10^6$  Pa

**8.2.** Por una conducción de 1200 m de longitud y 400 mm de diámetro se transporta un caudal de 200 l/s de agua. Se conoce que la tubería de 8 mm de espesor de paredes es de acero cuyo módulo de elasticidad es de  $2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ . Si se cierra una válvula dispuesta en su extremo final se desea conocer la sobrepresión producida por golpe de ariete.

- a) Si el cierre se efectúa en 4 s.
  - b) Si el cierre se realiza en 2 s.
- r) 960 kPa ; 1850 kPa.

**8.3.** Se desea saber la sobrepresión que se producirá en una conducción de 2000 m de longitud, 500 mm de diámetro y 10 mm de espesor de las paredes, en el caso de cerrar la válvula situada en su extremo final en 3 s, cuando circula un caudal de agua de 300 l/s. La tubería es de un material cuyo módulo de elasticidad es de  $2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ .

- r) 877 kPa.

**8.4.** Si en una conducción de 750 m de longitud y 300 mm de diámetro, por la que se trasiega un caudal de agua de 75 l/s, se cierra una válvula situada en su extremo final, se quiere saber en que lapso de tiempo habrá que cerrarse para limitar la sobrepresión por golpe de ariete a 400 kPa.

Módulo de elasticidad volumétrico del material de la tubería  $2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ ; espesor de la tubería 8 mm.

- r) 3,97 s.

**8.5.** Se desea saber la magnitud de la longitud crítica de una conducción de fibrocemento de 200 mm de diámetro si circula un caudal de agua de 50 l/s, en el caso de que una válvula situada en su extremo final se cierre en 2 s.

Módulo de elasticidad de fibrocemento  $1,825 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ . Espesor de la tubería 6 mm.

- r) 650 m.

## **TEMA 9**

# **FLUJO PERMANENTE EN CONDUCTOS ABIERTOS. CANALES**

**9.1.** Calcular la altura normal que alcanza un caudal de  $4 \text{ m}^3/\text{s}$ , en un canal de sección rectangular con una base de  $3 \text{ m}$  y pendiente de media milésima. El canal está construido en hormigón en bruto.

r)  $1,20 \text{ m}$

**9.2.** Se pide diseñar un canal de sección recta rectangular, que tenga una capacidad hidráulica de  $25 \text{ m}^3/\text{s}$  con una pendiente de  $1$  milésima. Material: hormigón en bruto.

r)  $4,5 \text{ m}$ ,  $2,4 \text{ m}$

**9.3.** Calcular un canal de sección trapezoidal, con paredes inclinadas  $60^\circ$  (semiexágono), que con pendiente de  $3$  milésimas sea capaz de conducir  $30 \text{ m}^3/\text{s}$ . Se empleará hormigón en bruto en su construcción

r)  $2,5 \text{ m}$ ,  $2,1 \text{ m}$ .

**9.4.** Se quiere canalizar un río desde la cota  $120$  hasta la cota  $114$  con una longitud de  $4 \text{ km}$ ., siendo el caudal en máximas avenidas de  $23 \text{ m}^3/\text{s}$ . Diseñar dicho canal supuesto de hormigón en bruto y de sección rectangular.

r)  $3,6 \text{ m}$ ,  $1,9 \text{ m}$

**9.5.** ¿Qué velocidad real y calado alcanzará un caudal de  $125 \text{ l/s}$  en una tubería de hormigón centrifugado de  $40 \text{ cm}$  de diámetro con  $5$  milésimas de pendiente?

r)  $1,16 \text{ m/s}$ ,  $33,6 \text{ cm}$ .

**9.6.** ¿Con qué pendiente habrá de proyectarse una tubería de hormigón centrifugado de  $40 \text{ cm}$  de diámetro, que parte de un sumidero al que van a parar las aguas de lluvia caídas en  $2$  hectáreas, si el calado se desea sea menor del  $70\%$ ?. Calcúlese también la velocidad real y el calado. (Caudal específico en sumidero  $150 \text{ l/hect/s}$ ).

r)  $39$  milésimas,  $3,17 \text{ m/s}$ ,  $28 \text{ cm}$ .

**9.7.** ¿Cuál es el caudal de agua en una tubería de alcantarillado de  $60 \text{ cm}$  de diámetro, estando la tubería semillena (al  $50\%$ ) y teniendo una pendiente de  $0,0025$  unidades?.

r)  $133,03 \text{ l/s}$

**9.8.** Una tubería conduce un caudal de  $1,81 \text{ l/s}$  de agua con una pendiente de  $0,05$  milésimas. Siendo la altura de calado  $11,4 \text{ cm}$ . Se pide calcular el diámetro de la tubería a instalar.

r)  $25 \text{ cm}$ .

**9.9.** Se desea conducir un caudal de agua de 250 l/s entre dos puntos situados a 30 m de distancia y con un desnivel de 0,6 m. Se pide calcular el diámetro de la tubería a instalar para que la velocidad no supere 3 m/s. Calcúlese también el calado.

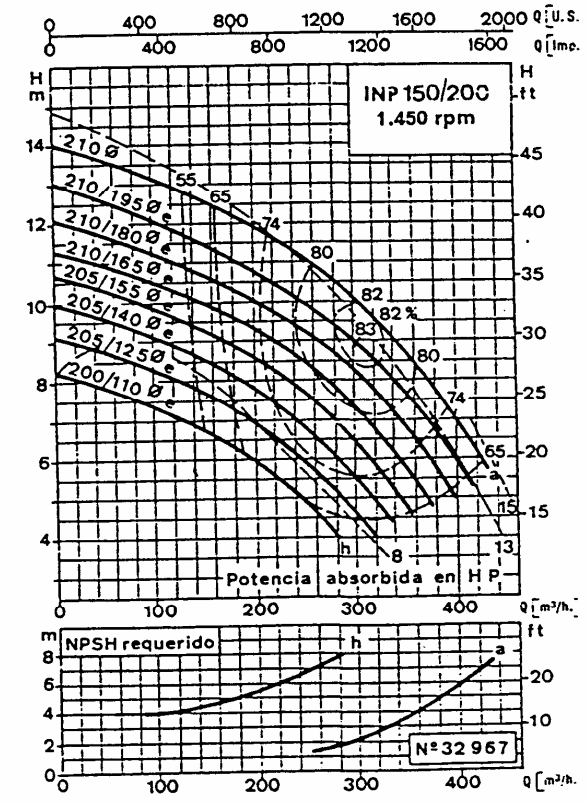
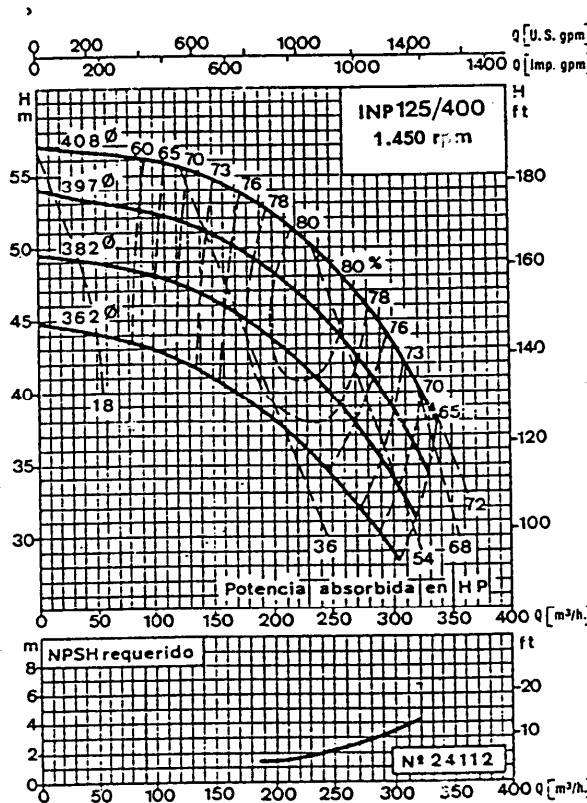
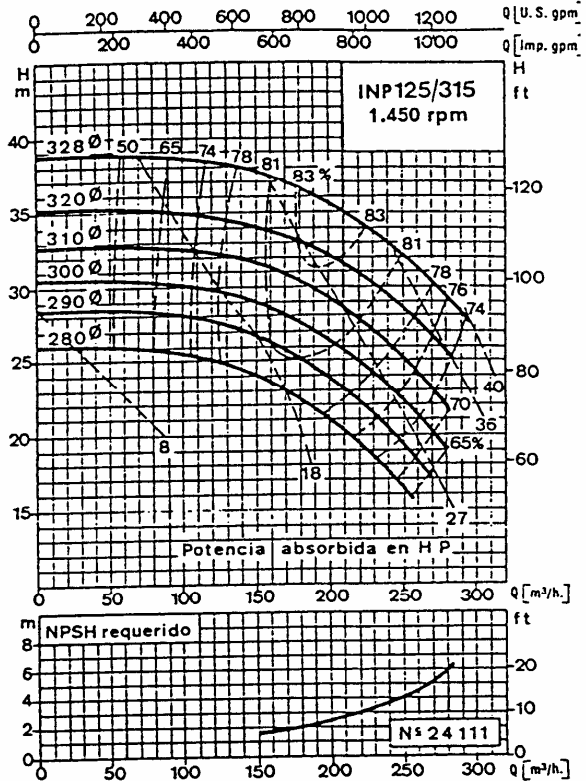
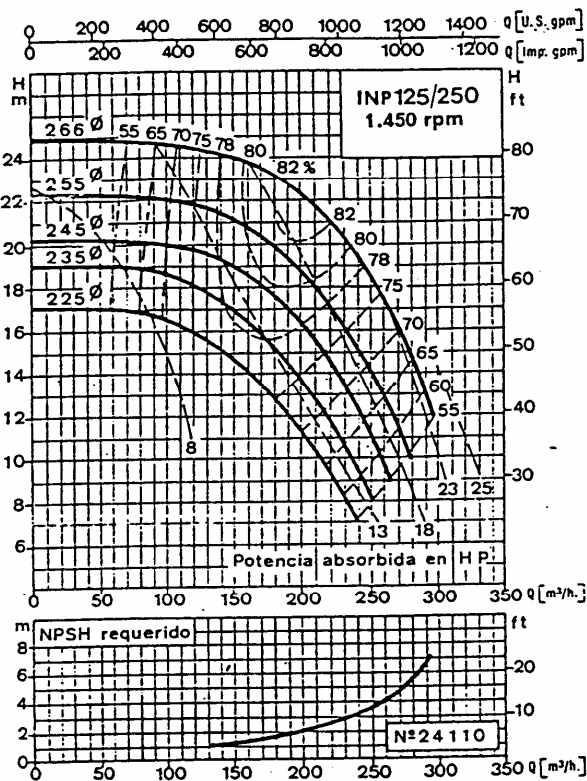
r) 40 cm , 32 cm.



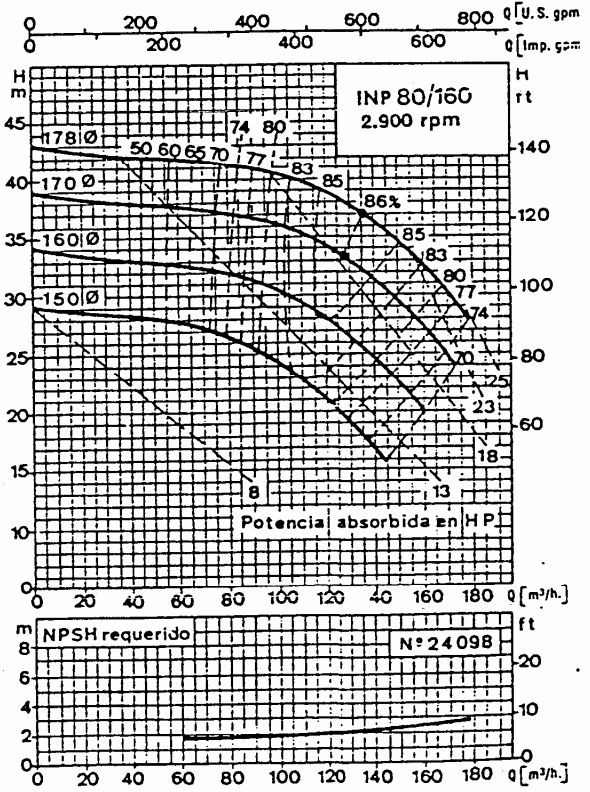
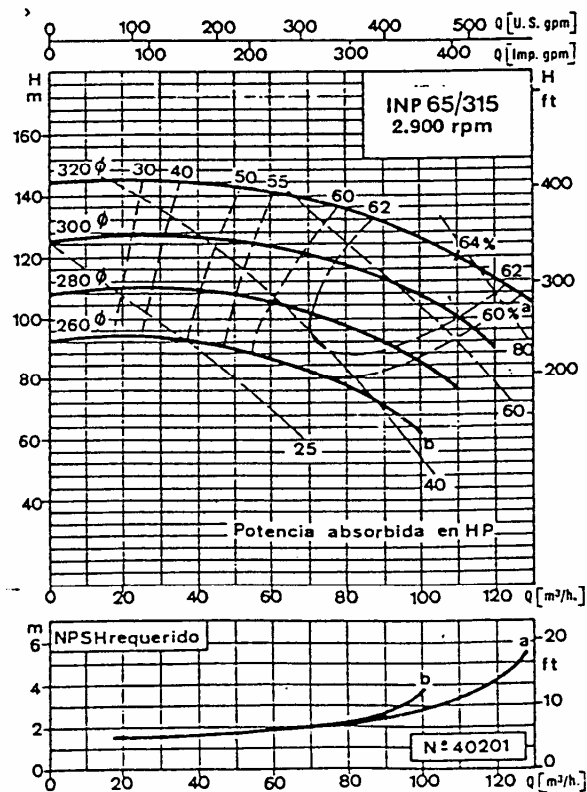
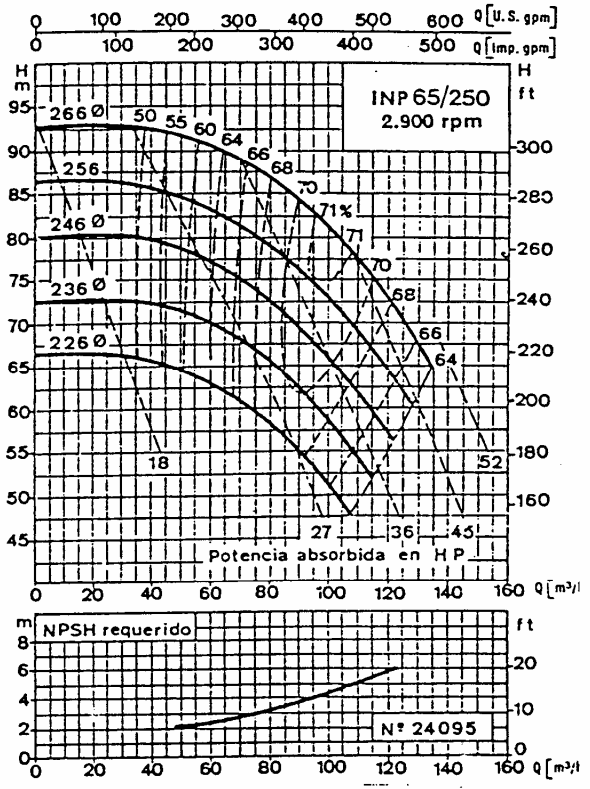
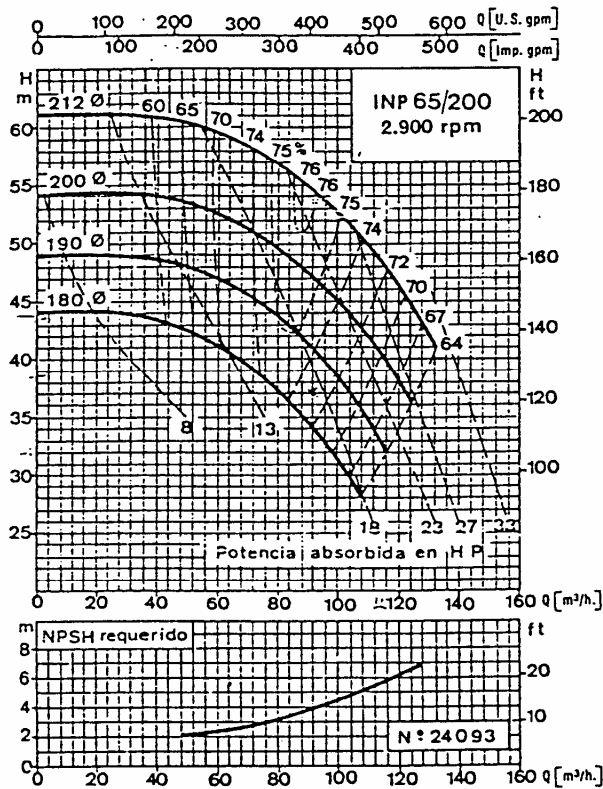
# **ANEXOS**

## **CURVAS CARACTERÍSTICAS DE TURBOBOMBAS**

ANEXO 1



**ANEXO 3**

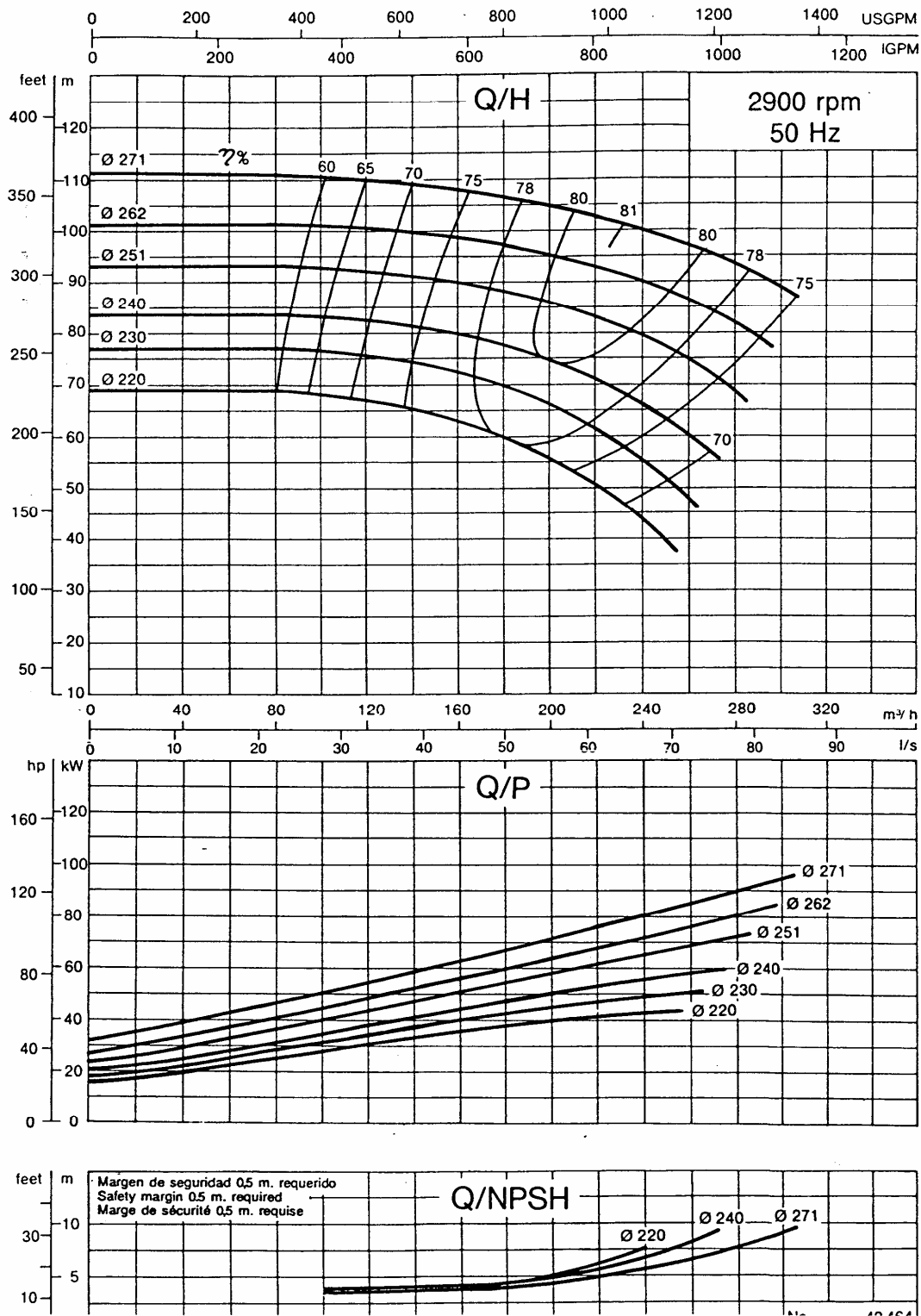




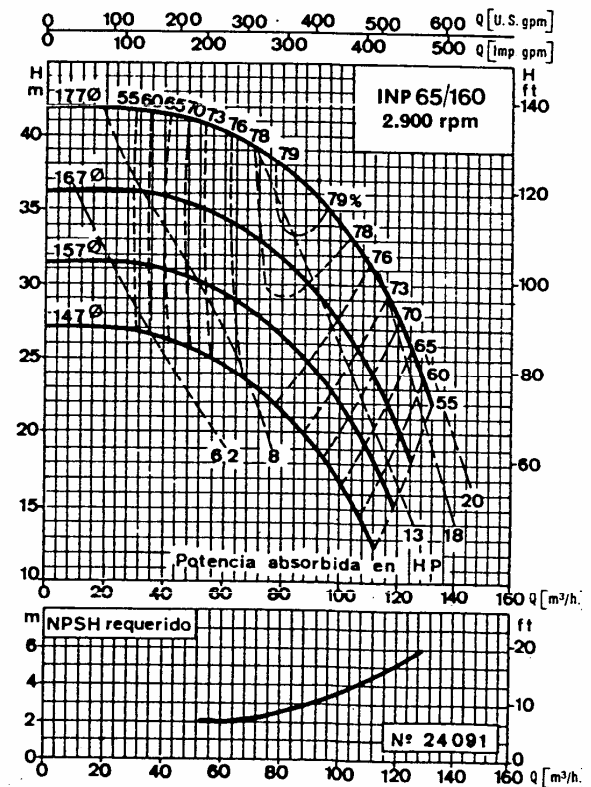
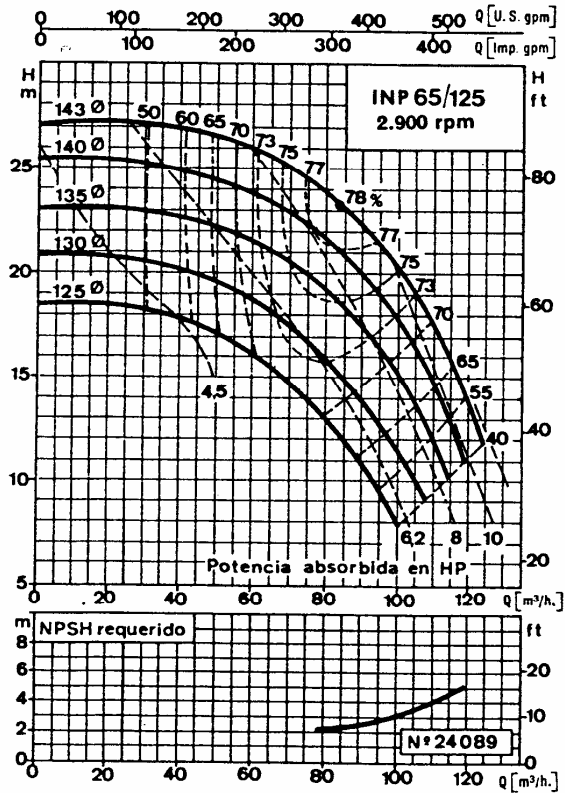
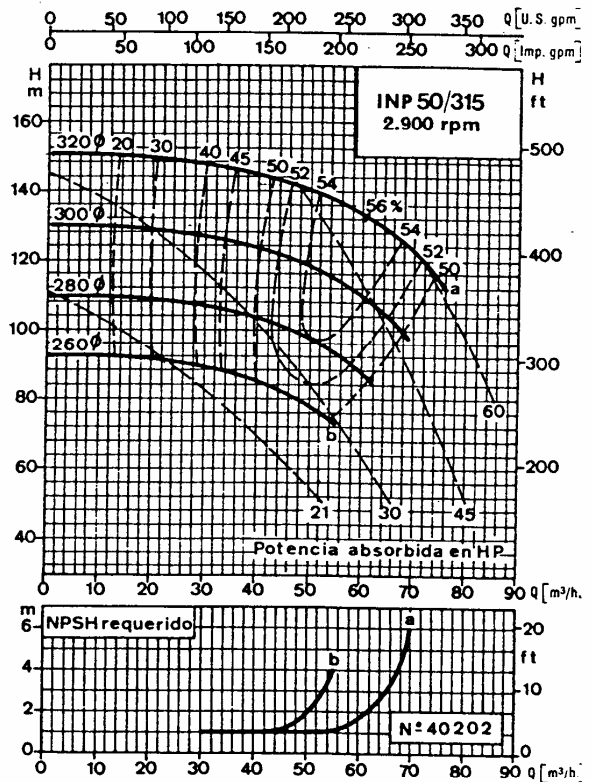
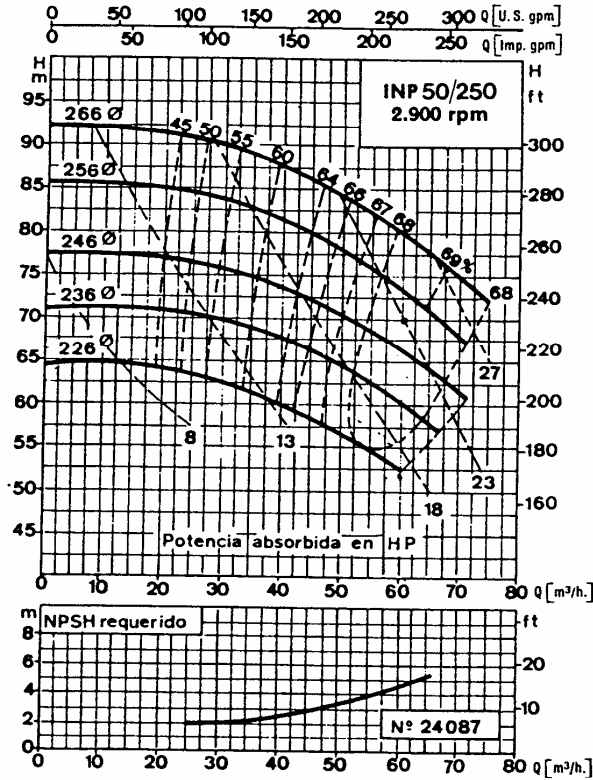
ANEXO 7



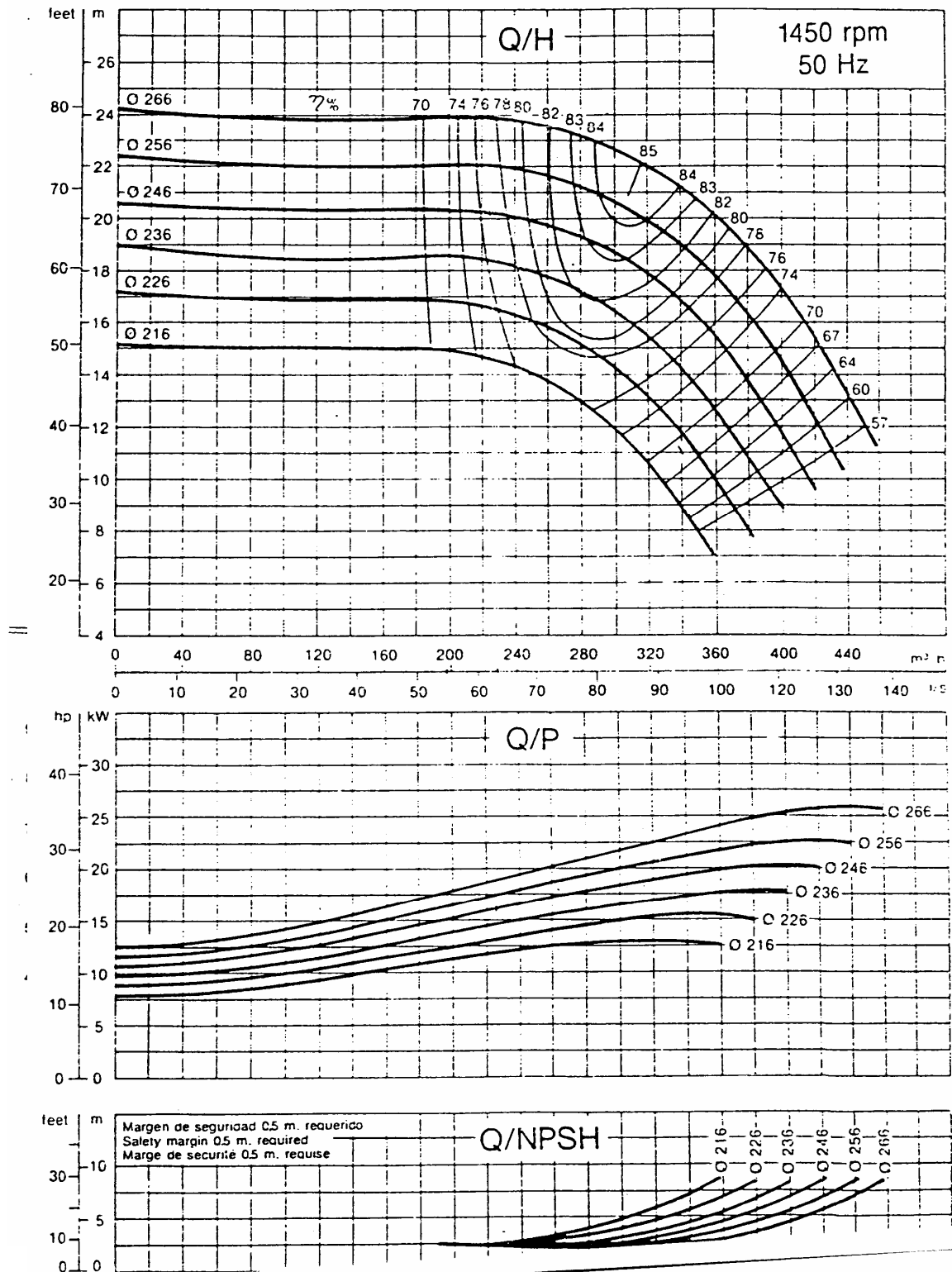
80-250.bF



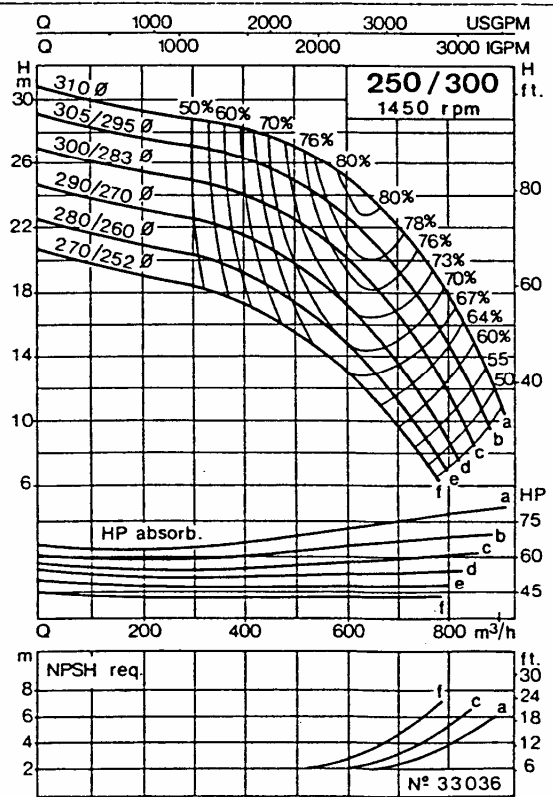
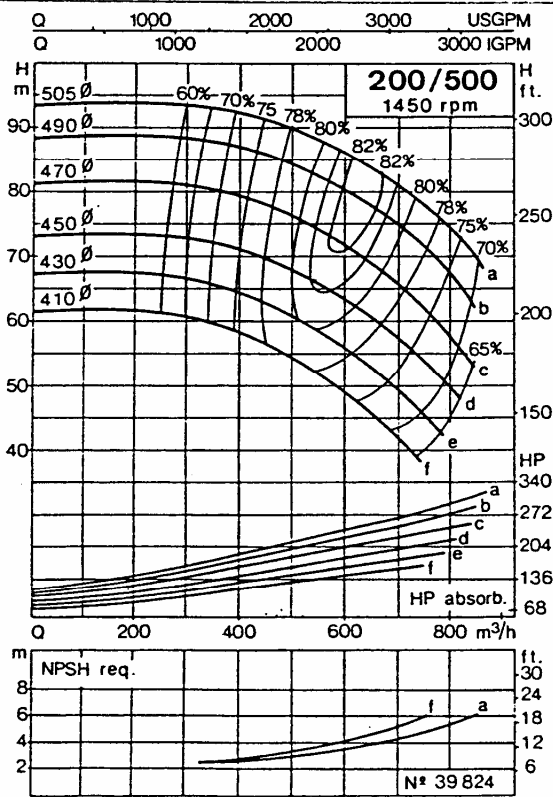
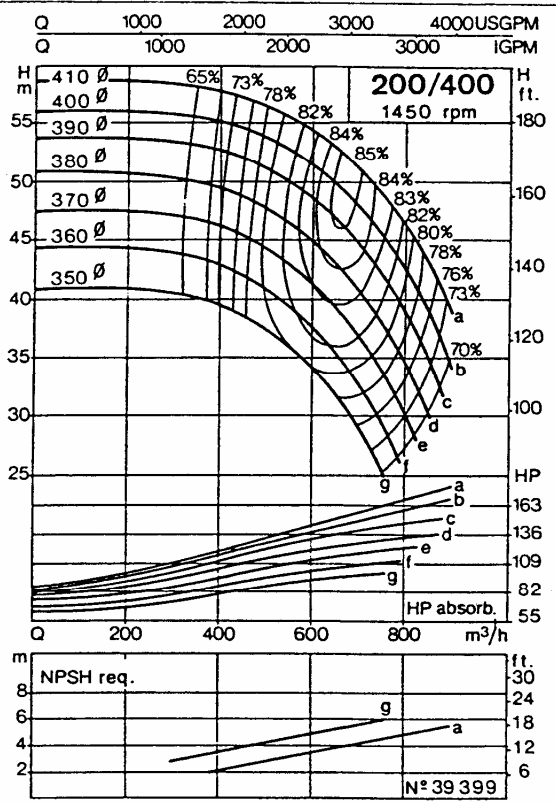
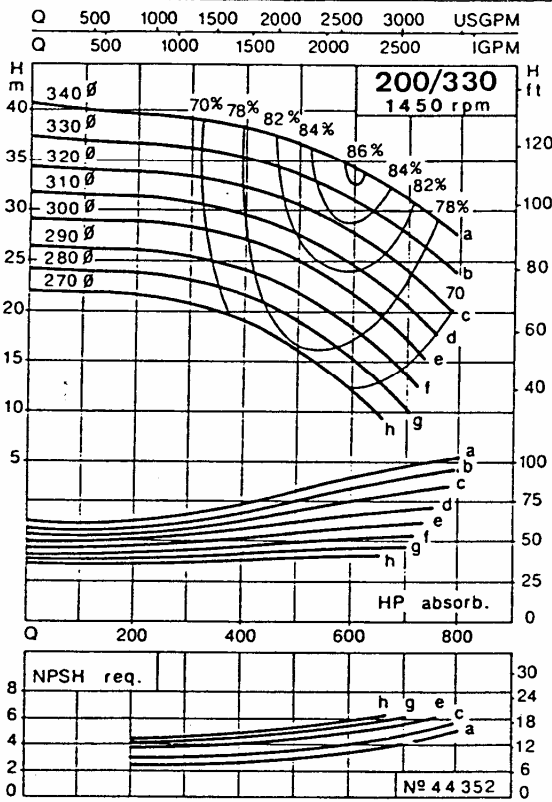
ANEXO 8



ANEXO 9



**ANEXO 10**



## **PROBLEMAS DE HIDROLOGÍA**

## **CAPITULO 1**

### **EJERCICIO Nº 1.1**

Una determinada cuenca tiene una superficie de aportación de 750 Km<sup>2</sup>. La precipitación media anual es de 1400mm mientras que la evapotranspiración media anual es de 750mm. Obtener:

- Escorrentía media anual expresada en l/m<sup>2</sup>.
- Ecuación del balance hidrológico expresada en volumen.

#### **Respuesta:**

- Mediante la ecuación del balance hidrológico:

$$Q = P - E = 1400 - 750 = 650\text{mm} = 650 \text{ l/m}^2$$

- Para pasar la medición de altura de agua a volumen

$$V_p (\text{Hm}^3) = P (\text{l/m}^2) * A (\text{Km}^2) / 1000 = 1050 \text{ Hm}^3$$

$$V_E (\text{Hm}^3) = E (\text{l/m}^2) * A (\text{Km}^2) / 1000 = 562.5 \text{ Hm}^3$$

En consecuencia la ecuación en volumen es:

$$V_Q = V_P - V_E = 1050 - 562.5 = 487.5 \text{ Hm}^3$$

### **EJERCICIO Nº 1.2**

En una cuenca de 120 Km<sup>2</sup> existen dos estaciones meteorológicas que disponen de suficientes años de datos. La primera de ellas mide la lluvia en la mitad superior de la cuenca y el valor de precipitación media anual es de 1200mm, mientras que la evaporación media anual es de 600mm. En la segunda los valores obtenidos son 800mm y 500mm, respectivamente. Se pide:

- Aportación de la parte superior y total.
- Caudal medio anual en la cuenca alta y la total.

#### **Respuesta:**

- Aplicando la ecuación del balance hidrológico a la mitad superior obtendremos su aportación en Hm<sup>3</sup>

$$Q_1 = (P_1 - E_1) * A = 36 \text{ Hm}^3$$

Por al misma razón en la mitad inferior:

$$Q_2 = (P_2 - E_2) * A = 18 \text{ Hm}^3$$

Luego la aportación media anual total de la cuenca en el punto en estudio será de  $54 \text{ Hm}^3$ .

- b) Sabiendo que la aportación es durante un año, los caudales medios anuales en el punto que define la cuenca son:

$$q = V(\text{m}^3) / t(\text{s}) = \text{Aportación} (\text{m}^3) / \text{tiempo} (\text{s})$$

$$\text{Mitad superior: } q_1 = 36000000 / 365 * 86400 = 1.14 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Mitad inferior: } q_2 = 0.57 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Total} = 1.71 \text{ m}^3/\text{s}$$

### **EJERCICIO Nº 1.3**

En la parte inferior de la cuenca del ejercicio anterior, vive una población de 250.000 habitantes que consumen una media de 300 litros por habitante y día. Se quiere estudiar la posibilidad de abastecer a esta población mediante un embalse situado en la parte superior de la cuenca. ¿Cual sería la mínima superficie vertiente que debe tener este embalse?.

**Respuesta:**

- Volumen de agua anual demandada

$$V = 300 \text{ l/hab} \cdot \text{día} * 250000 \text{ hab.} * 365 \text{ día} = 23 \text{ Hm}^3$$

- Si A es el área buscada, en la parte superior se cumplirá:

$$Q = V = 23 = (P - E) * A = ((1200-600)/1000) * A$$

$$A = 38.3 \text{ Km}^2$$

### **EJERCICIO Nº 1.4**

Se está estudiando construir un embalse para los siguientes fines:

- a) Abastecer a una población de 120.000 habitantes que consumen  $250 \text{ l} / \text{hab} \cdot \text{día}$

- b) Suministrar agua a un polígono industrial que ocupa  $300 \text{ Ha.}$  y que consume  $1 \text{ l} / \text{s} \cdot \text{Ha}$

El río del que se quiere utilizar el agua tiene unas necesidades mínimas medioambientales que obligan a no usar el 20% de la aportación media anual entre octubre y marzo y el 10% el resto del año.

La cuenca de dicho río posee una precipitación media anual de 1700mm y una evaporación media anual de 600mm.

Se pide:

- Superficie mínima de la superficie vertiente al embalse.
- Aportación anual que se debe dejar por razones medioambientales.
- Aportación anual mínima del embalse.

**Respuesta:**

a) Volumen anual de agua demandada:

- Abastecimiento  $V_1 = 10.95 \text{ Hm}^3$

- Industrial  $V_2 = 9.46 \text{ Hm}^3$

- Por razones medioambientales: Si  $V_Q$  es la aportación total en el embalse y durante seis meses se quita el 20% y los otros seis el 10%, el volumen anual demandado para el medio ambiente será

$$V_3 = (V_Q/2) * 0.2 + (V_Q/2) * 0.1 = V_Q * 0.15$$

- Volumen total demandado =  $19.41 + 0.15 * V_Q$

En el embalse tendremos el siguiente volumen o aportación:

$$VQ = (P - E) * A = 1.1 * A$$

Igualando se obtiene  $A = 21.8 \text{ Km}^2$

b)  $V_3 = 3.6 \text{ Hm}^3$

c)  $V \text{ mínimo} = 24 \text{ Hm}^3$



## **CAPITULO 2**

### **EJERCICIO Nº 2.1**

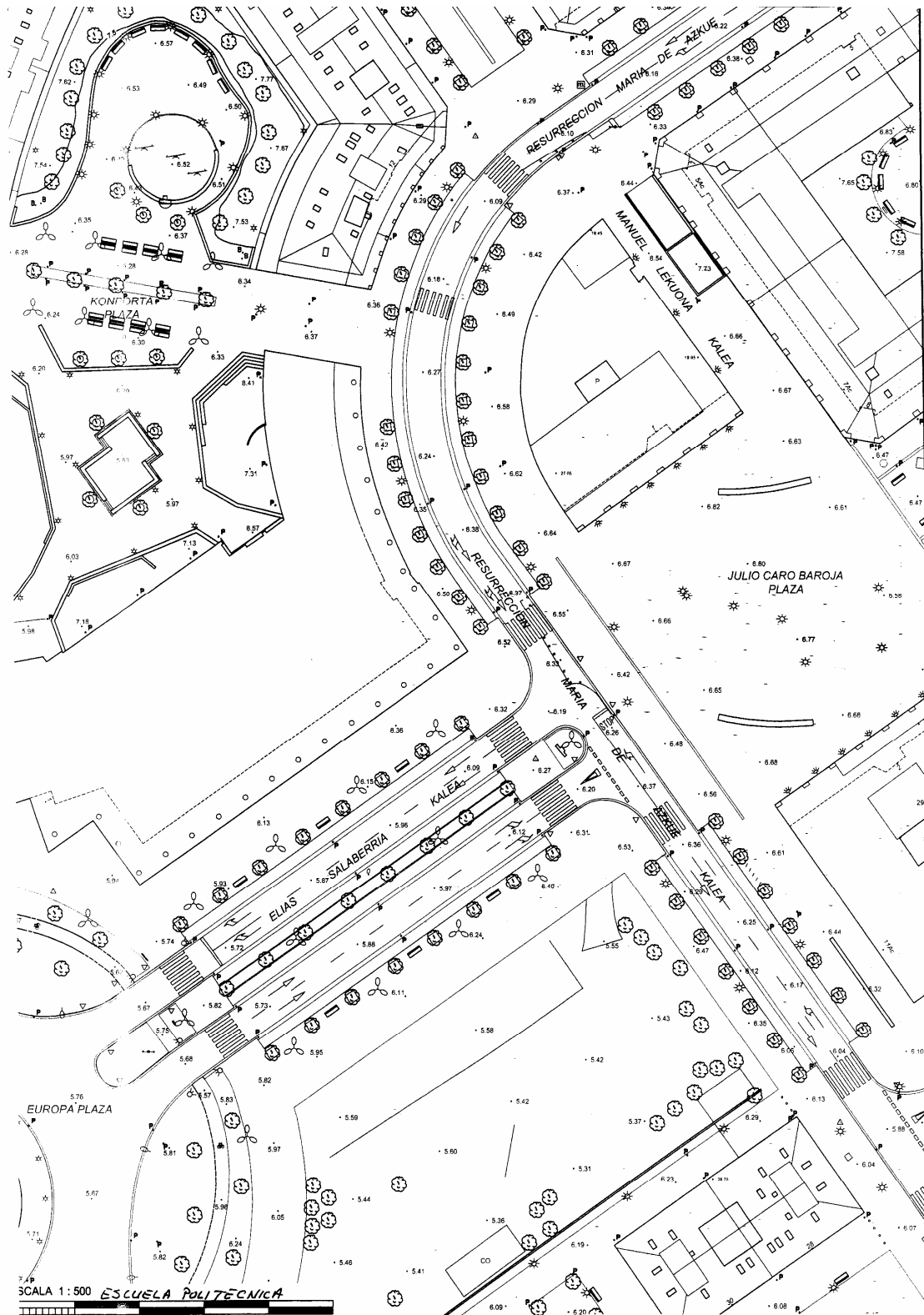
Dibujar las divisorias de las cuencas siguientes, así como obtener de cada una de ellas el área, el perímetro y la longitud del cauce principal:

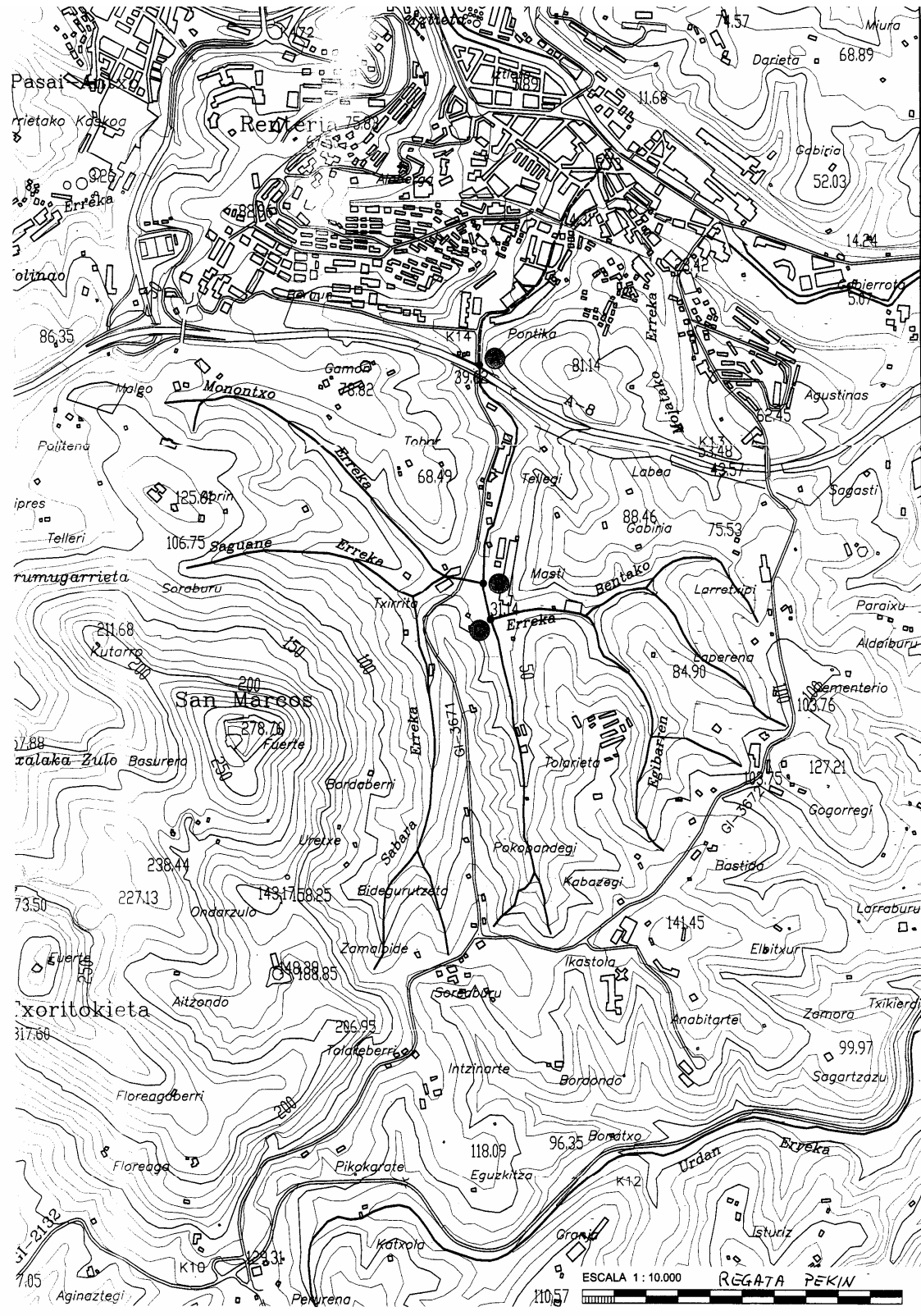
- a) Cuenca del río Olaran afluente del Deba.
- b) Cuenca de la regata Barkaiztegi, afluente del río Urumea, así como las dos cuencas adyacentes situadas al sur de la misma.
- c) Cuenca urbana (Escuela Politécnica).
- d) Cuenca de la regata Pekín, afluente del río Oiartzun, en la sección A, así como de las subcuencas en las secciones B y C.
- e) Cuenca vertiente al embalse de Arriaran, situado sobre el río del mismo nombre.

**Respuesta:**

Cuenca	Area (km <sup>2</sup> )	Perímetro (km)	Longitud (km)
a)	5.4	10	4
b)	1.15	6.6	2.8
c)	0.17	86	26.5
d)	1	4.35	1.85
e)	0.63	3.56	1.5









**EJERCICIO Nº 2.2**

En la sección S de un río se ha obtenido la divisoria de su cuenca vertiente. El área total es de 177.24 Km<sup>2</sup>, el perímetro de 75 Km, siendo la cota más alta de 940 m. y la más baja de 680 m. En ella se han dibujado las líneas de nivel cada cien metros de altitud y se han calculado las áreas de la cuenca (Km<sup>2</sup>) y las longitudes de cauce (Km) situada entre ellas, siendo estos valores los siguientes:

<b>COTA (m)</b>	<b>ÁREA (km<sup>2</sup>)</b>	<b>LONGITUD (km)</b>
950		
	4.82	0.78
900		
	10.05	1.62
850		
	25.07	4.12
800		
	70.06	11.38
750		
	59.35	9.68
700		
	7.89	1.18
660		

Hallar:

- Curva hipsométrica
- Frecuencias altimétricas
- Elevación media de la cuenca
- Perfil longitudinal del río
- Pendiente media del río
- Pendiente ponderada del río
- Rectángulo equivalente
- Índice de pendiente e la cuenca
- Tiempo de concentración

Área = 177.24 Km<sup>2</sup>  
 Perímetro = 75 Km  
 Longitud Cauce Principal = 28.76 Km

Cota (Z)	A.(km <sup>2</sup> )	Long. (km)	Cota media	Area. Acum.	% A	Zm * A	Zm * L	Rect. Eq.	ip
940	4.82	0.78	920	4.82	0.03	4434.4	717.6	0.87	0.33
900	10.05	1.62	875	14.87	0.06	8793.75	1417.5	1.81	0.53
850	25.07	4.12	825	39.94	0.14	20682.75	3399	4.52	0.84
800	70.06	11.38	775	110	0.40	54296.5	8819.5	12.63	1.41
750	59.35	9.68	725	169.35	0.33	43028.75	7018	10.70	1.29
700	7.89	1.18	680	177.24	0.04	5365.2	802.4	1.42	0.42
660	177.24	28.76			1.00	136601.35	22174.00	31.95	4.83

#### CARACTERISTICAS FISICAS

Indice Compacidad =	1.577	
Indice de forma =	0.214	km/km <sup>2</sup>
Elevación media cuenca E=	770.714	m.
Pendiente media P =	0.010	
Cota media cauce h <sub>2</sub> =	771.00	m.
Pend. media ponderada Pm=	0.004	
Lado mayor Rect. Eq. L <sub>R</sub> =	31.953	m.
Lado menor Rect. Eq. l <sub>R</sub> =	5.547	m.
Indice de pendiente Ip=	0.009	
Tiempo de concentración		
Temez Tc=	9.29	horas
California Tc=	5.04	horas

#### **EJERCICIO Nº 2.3**

En las cuencas obtenidas en el primer ejercicio hallar:

- Índice de compacidad
- Factor de forma

- c) Orden de los cursos de agua
- d) Curva hipsométrica
- e) Frecuencias altimétricas
- f) Elevación media de la cuenca
- g) Perfil longitudinal del río
- h) Pendiente media del río
- i) Pendiente ponderada del río
- j) Rectángulo equivalente
- k) Índice de pendiente e la cuenca
- l) Tiempo de concentración

Para su cálculo obtener cinco o seis intervalos de alturas en función de las líneas de nivel del plano topográfico.



## **CAPITULO 3**

### **EJERCICIO Nº 3.1**

En el pluviógrafo de una estación meteorológica se han obtenido las precipitaciones anuales y máximas en 24 horas durante los siguientes años (expresadas en mm.):

AÑO	P <sub>anual</sub>	P <sub>24</sub>
1991	1058	32
1992	1254	61
1993	1155	54
1994	983	26
1995	1588	78
1996	1203	38
1997	1320	52
1998	1122	32
1999	1265	42
2000	1457	63

Obtener:

- El módulo pluviométrico anual
- La precipitación máxima diaria para los períodos de retorno de 10, 100 y 500 años en esta estación.

**Respuesta:**

- $N = 1240.5 \text{ mm} = 1240.5 \text{ l/m}^2 = 1.24 \text{ Hm}^3/\text{Km}^2$
- De la muestra de precipitaciones se obtiene

$$\text{Media} = 478 \text{ mm}$$

$$\text{Desviación típica} = 15.8 \text{ mm}$$

Los parámetros de la fórmula de GUMBEL valdrán:

$$c = 12.32 \quad a = -4.07$$

Aplicando la citada fórmula:  $T = 10 \text{ años} \quad P_{24} = 68.42 \text{ mm}$

$$T = 100 \text{ años} \quad P_{24} = 97.37 \text{ mm}$$

$$T = 500 \text{ años} \quad P_{24} = 117.25 \text{ mm}$$

**EJERCICIO Nº 3.2**

En la misma estación del ejercicio anterior se ha obtenido la curva “intensidad-duración-frecuencia” para el período de retorno de 100 años, siendo:

$$I_t / I_{24} = 9.8 \cdot t^{-0.38} \quad (t \text{ en horas})$$

Hallar la precipitación máxima de dos horas de duración

**Respuesta:**

La máxima intensidad diaria para un periodo de retorno de 100 años es

$$I_{24}(100) = P_{24}(100)/24 = 4.06 \text{ mm/h}$$

Luego aplicando la fórmula de la curva I-D-F para  $t=2$  horas

$$I_2(100) = 30.57 \text{ mm/h}$$

**EJERCICIO Nº 3.3**

Si la cuenca donde está la estación tiene  $75 \text{ Km}^2$  con un tiempo de concentración de dos horas hallar el hietograma de la lluvia que produce el máximo caudal para un período de retorno de 100 años. El hietograma-tipo a adoptar es:

Intervalo 1	Intervalo 2	Intervalo 3	Intervalo 4
20%	30%	40%	10%

**Respuesta:**

Como el aguacero pésimo corresponde a una duración igual al tiempo de concentración el valor de la precipitación será:

$$P_2(100) = I_2(100) \cdot 2 = 30.57 \cdot 2 = 61.15 \text{ mm}$$

$$\text{Aplicando la reducción por área: } P_2(100) = 61.15 \cdot 0.75 = 45.86 \text{ mm}$$

Luego el hietograma será:

t	0.5	1	1.5	2
%	20	30	40	10
P	9.2	13.8	18.3	4.6
I	18.4	27.6	36.6	9.2

**EJERCICIO Nº 3.4**

Una carretera debe cruzar el cauce de un río cuya superficie en el punto de cruce es de 120 km<sup>2</sup> y el tiempo de concentración es de 3 horas. Dadas las características de la carretera el periodo de retorno del caudal que debe pasar bajo el puente es de 100 años. En esta cuenca existe una estación meteorológica de la que nos facilitado los siguientes datos:

AÑO	P <sub>24</sub>
1990	62
1991	80
1992	25
1993	45
1994	65
1995	33
1996	58
1997	75
1998	92
1999	46
2000	52
2001	87
2002	66
2003	37
2004	56
2005	64

Curva I-D-F :  $I_t = 35 \cdot t^{-0.3}$

Hietograma-tipo:

1	2	3
15%	50%	35%

Hallar:

- La precipitación máxima diaria para los periodos de retorno de 10, 100 y 500 años.
- La precipitación pésima en el punto del cruce (precipitación máxima del aguacero cuya duración es igual al tiempo de concentración).
- Hietograma de esta lluvia.

**Respuesta:**

a) Para aplicar la fórmula de Gumbel obtenemos la media y desviación típica de la muestra

- Media: 58.94mm

- Desviación: 19.02mm

Los parámetros serán:  $c = 14.84$

$$a = -50.38$$

Luego aplicando la citada fórmula:  $T=10$  años ►  $P_{24}(10)= 83.77\text{mm}$

$T=100$  años ►  $P_{24}(100)= 118.64\text{mm}$

$T=500$  años ►  $P_{24}(500)= 142.58\text{mm}$

b) Para  $T_c = 3$  horas, aplicamos la curva I-D-F

$$I_3(100) = 25.17 \text{ mm/h}$$

$$P_3(100) = I_t * t = 25.17 * 3 = 75.5\text{mm}$$

c)

T	1	2	3
%	15	50	35
P	11.32	37.75	26.43
I	11.32	37.75	26.43

### **EJERCICIO Nº 3.5**

Sabiendo que los datos de la estación A están bien calibrados, queremos saber si los de la estación B están bien obtenidos. Los datos que disponemos son las precipitaciones anuales, en mm.

AÑO	ESTACION A	ESTACION B
1994	1680	1930
1995	1420	1650
1996	1752	2006
1997	1566	1610
1998	1432	1652
1999	1240	1490
2000	1634	1962
2001	1572	1890

Si fuera necesario corregir los datos de la estación B, obtener los módulos pluviométricos de las dos estaciones.

**Respuesta:**

Se obtiene las precipitaciones acumuladas y se comprueba la relación entre las dos estaciones viendo que en 1998 se ajusta la estación B (relación 1.2), con lo que se deben corregir los años anteriores, por ej., en 1994 en B será  $1930 * 1.2 = 2016\text{mm}$

Año	Ea acum..	Eb acum.	Tg $\alpha$	Eb correg.
1994	1680	1930	1.15	2016
1995	3100	3580	1.16	1704
1996	4852	5586	1.14	2102
1997	6418	7196	1.03	1879
1998	7850	8848	1.15	1718
1999	9090	10338	1.2	1490
2000	10724	12300	1.2	1962
2001	12296	14190	1.2	1890

- Modulo de A:  $N_A = 1537\text{mm}$

- Modulo de B:  $N_B = 1845\text{mm}$

**EJERCICIO Nº 3.6**

En la misma cuenca existen otras dos estaciones, C y D, con módulos pluviométricos  $N_c = 1654\text{ mm}$  y  $N_d = 1234\text{ mm}$ . En el año 2002 se ha producido una avería en la estación D, faltando los datos de tres meses. Obtener el dato de la precipitación anual de 2002 en la estación D sabiendo que en las otras tres estaciones los datos son:

$$P_a = 1520\text{mm}. P_b = 1820\text{mm}. P_c = 1625\text{mm}.$$

**Respuesta:**

Como la diferencia entre los módulos pluviométricos de las estaciones supera el 10%, la precipitación anual de la estación D de 2002, valdrá:

$$P_d = 1216\text{mm}$$

**EJERCICIO Nº 3.7**

En la misma cuenca del apartado anterior, que posee un área de 1200 km<sup>2</sup>, se han trazado los polígonos de Thiessen correspondiendo a cada estación las siguientes superficies:

ESTACION	AREA (km <sup>2</sup> )
A	200
B	600
C	300
D	100

Obtener la precipitación media anual de esta cuenca.

**Respuesta:**

$$P = 1695\text{mm}$$

## **CAPITULO 4**

### **EJERCICIO Nº 4.1**

En una determinada región cantábrica se conoce su temperatura anual media cuyo valor es de  $12.35^{\circ}\text{C}$ , así como la precipitación anual cuyo valor medio es de 1250 mm. Obtener la evapotranspiración anual en dicha región por los dos métodos de COUTAGNE y por la fórmula de BECERRIL.

#### **Respuesta:**

- Fórmula de Coutagne con solo la temperatura:

$$D = 580.5\text{mm}$$

- Fórmula de Coutagne considerando temperatura y precipitación:

$$\lambda = 0.395 \dots \dots \dots D = 0.633\text{m} = 633\text{mm}$$

- Fórmula de Becerril:

$$D = 631\text{mm}$$

### **EJERCICIO Nº 4.2**

En una región situada a una latitud de  $40^{\circ}\text{C}$ , en el que las temperaturas medias mensuales son:

Oct.	Nov.	Dic.	Enero	Febr.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agos.	Sept.
11.3	9.3	7.7	6.2	7.1	10.2	11.4	13.8	16.5	18.2	20.1	16.4

Hallar:

- a) La evapotranspiración potencial de los meses de Octubre y Febrero.
- b) Evapotranspiración anual.

**Respuesta:**

Calculando los términos de la fórmula de Thornwaite:

## FORMULA DE THORNWAITE

Mes	T (°C)	ij	e	insolacion 40°	N días	ETP
Octubre	11.3	3.44	46.48	11.2	31	44.82
Noviembre	9.3	2.56	36.14	10	30	30.11
Diciembre	7.7	1.92	28.31	9.4	31	22.92
Enero	6.2	1.38	21.40	9.7	31	17.87
Febrero	7.1	1.70	25.50	10.6	28	21.02
Marzo	10.2	2.94	40.72	12	31	42.07
Abril	11.4	3.48	47.01	13.3	30	52.10
Mayo	13.8	4.65	60.17	14.4	31	74.61
Junio	16.5	6.10	75.80	15	30	94.75
Julio	18.2	7.07	86.04	14.7	31	108.91
Agosto	20.1	8.22	97.82	13.7	31	115.40
Septiembre	16.4	6.04	75.21	12.5	30	78.34
MEDIA	12.35					
TOTAL		49.51				702.93
a =		1.29				

a) ETP de Octubre = 44.82mm

Etp de FEBRERO = 21.02mm

b) Evapotranspiración anual = 702.93mm



## **CAPITULO 5**

### **EJERCICIO Nº 5.1**

Se está estudiando el drenaje de una zona urbana en la que el 60% está formado por áreas de densidad media y el 40% restante es de áreas de alta densidad. Obtener el número de curva (CN) asociado a esta zona sabiendo que la lluvia se produce en invierno y durante los cinco días anteriores ha llovido 25 mm.

**Respuesta:**

La condición de humedad previa es media, luego:

$$- \text{CN(II)} = 91$$

### **EJERCICIO Nº 5.2**

Si el hietograma de la lluvia mencionada en el apartado anterior es (en mm):

30'	1 H	1H 30'	2 H
2	15	20	12

Otener el hietograma útil de dicha lluvia, por el método del SCS, así como el valor de la precipitación útil y el coeficiente de escorrentía.

**Respuesta:**

Para CN 91... ► S = 25mm, luego de obtiene el siguiente hietograma

t	P	Pac	Puac	H
0.5	2	2	0	0
1	15	17	3.9	3.9
1.5	10	37	18	14.1
2	12	49	28	10

La precipitación útil es de 28mm y el coeficiente de escorrentía  $28/49=0.57$

### **EJERCICIO Nº 5.3**

Obtener el histograma útil utilizando el coeficiente de escorrentía del ejercicio anterior, calculando previamente el índice  $\emptyset$ .

**Respuesta:**

Del hietograma total hacemos:

$$2-\emptyset+15-\emptyset+20-\emptyset+12-\emptyset=28\dots\emptyset=5.25>2, \text{ luego no vale.}$$

$$15-\emptyset+20-\emptyset+12-\emptyset=28\dots\dots\emptyset=6.3, \text{ luego el hietograma útil vale.}$$

## **CAPITULO 6**

### **EJERCICIO Nº 6.1**

En una cuenca de 30 Km<sup>2</sup> de superficie, la longitud de su cauce principal es de 8 km mientras que el máximo desnivel es de 1600 m. Utilizando el método del hidrograma unitario de Témez , hallar el hidrograma que se forma para los siguientes hietogramas útiles:

- a) Precipitación de 5mm en media hora.
- b) Precipitación de 10mm en una hora.
- c) Precipitación de 10mm en la primera hora y de 24mm en la segunda hora.

**Respuesta:**

Tiempo de concentración Tc = 2 horas. Cogeremos tr = 0.5h.

Parámetros del hidrograma unitario (HU): T = 2.5h

$$Tp = 0.95h$$

$$Qp = 6.7 \text{ m}^3/s$$

Luego el HU es

tr(h)	P(mm)	0.5h	1h	1.5h	2h
0.5	1	3.5	6.5	4.3	2.2

- a) `Para P=5mm en media hora:

	t	H				
	0.5	0				
	1	8.7				
	1.5	12.7				
	2	5.7				
	tr	P	0.5	1	1.5	2
HU	0.5	1	3.5	6.5	4.3	2.2
H1	0.5	5	17.5	32.5	21.5	11

- b) Para P=10mm en una hora:

	Tr	P	0.5	1	1.5	2	2.5
Hu	0.5	1	3.5	6.5	4.3	2.2	0
	0.5	5	17.5	32.5	21.5	11	0
	0.5	5	0	17.5	32.5	21.5	11
H2			21	55.5	58.3	34.7	11

c) Para  $P= 10\text{mm}$  en una hora y  $24\text{mm}$  en la hora siguiente:

tr	P	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
0.5	1	3.5	6.5	4.3	2.2	0	0	0
0.5	5	17.5	32.5	21.5	11	0	0	0
0.5	5	0	17.5	32.5	21.5	11	0	0
0.5	12	0	0	42	78	51.6	26.4	0
0.5	12	0	0	0	42	78	51.6	26.4
		17.5	55	95	152.5	140.6	78	26.4

### **EJERCICIO Nº 6.2**

Para la construcción de un puente que pertenece a una carretera comarcal se requiere una capacidad de desagüe correspondiente a un período de retorno de 500 años debido a los daños que se producirían en caso de obstruirse. La superficie de la cuenca es de  $60 \text{ Km}^2$ . Utilizar los métodos:

- Ábaco de la Confederación del Norte.
- Fórmula de Zapata.
- Fórmula de Gete-Oncis.

**Respuesta:**

- $Q = 276 \text{ m}^3/\text{s}$
- $Q = 302 \text{ m}^3/\text{s}$
- $Q = 365 \text{ m}^3/\text{s}$

### **EJERCICIO Nº 6.3**

En una estación de aforos se han registrado los siguientes valores de los caudales máximos instantáneos:

Año	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
$Q(Q(\text{m}^3/\text{s}))$	510	604	332	364	841	416	552	461	668	483

Obtener los caudales extraordinarios para los períodos de retorno de 10, 100 y 500 años.

**Respuesta:**

- Media =  $523.1 \text{ m}^3/\text{s}$
- Desviación típica = 144.3
- Parámetros e la fórmula de Gumbel:  $c = 112.5$

$$a = -458.2$$

De donde se obtiene:

$$Q_{10} = 711.3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{100} = 975.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{500} = 1156.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

### **EJERCICIO Nº 6.4**

Se quiere conocer el caudal correspondiente al período de retorno de 500 años del río Urola a su paso por Zumárraga, utilizando el método racional. Con este valor se obtendrán las zonas inundables del municipio. Para ello se sabe que la superficie de la cuenca en esta ciudad es de  $50 \text{ Km}^2$ , la longitud del río principal es de 15 Km y el máximo desnivel es de 110 m. Según las estaciones meteorológicas cercanas el valor de la máxima precipitación diaria para  $T=500$  años es de 220mm.

**Respuesta:**

Parámetros de la fórmula racional:

$$K = 3$$

$$T_c = 3.5 \text{ horas}$$

$$I_t = 4.2 * I_d = 4.2 * 220 / 24 = 38.5 \text{ mm/h}$$

$$P_d/P_o = 22 \dots C = 0.87$$

$$\text{Luego } Q = (0.87 * 38.5 * 50)/3 = 558 \text{ m}^3/\text{s}$$

### **EJERCICIO Nº 6.5**

Se necesita calcular el drenaje de una calle de Zumárraga conociéndose que el área a drenar es de 2.3 Ha, la longitud de 250m y el desnivel de 2m. Obtener el máximo caudal al final de la calle para un período de retorno de 10 años.

**Respuesta:**

Ahora tendremos:

$$K = 300$$

$$T_c = 16 \text{ minutos}$$

$$I_t = 165 \text{ mm/h}$$

$$C = 0.87$$

$$Q = (0.87 * 165 * 2.3)/300 = 1.1 \text{ m}^3/\text{s}$$

